

**DETERMINACIÓN Y ANÁLISIS DE MODELOS DE CORRELACIÓN DE  
RESPUESTAS ESTRUCTURALES ASOCIADAS A LAS VARIABLES DE  
DISEÑO DE CASCARONES EN CONCRETO MEDIANTE METODOLOGÍA DE  
SUPERFICIE DE RESPUESTA**

**JOSÉ LUIS AHUMADA VILLAFañE**

**UNIVERSIDAD DEL NORTE  
FACULTAD DE INGENIERÍAS  
MAESTRÍA DE INGENIERIA CIVIL  
BARRANQUILLA**

**2016**

**DETERMINACIÓN Y ANÁLISIS DE MODELOS DE CORRELACIÓN DE  
RESPUESTAS ESTRUCTURALES ASOCIADAS A LAS VARIABLES DE  
DISEÑO DE CASCARONES EN CONCRETO MEDIANTE METODOLOGÍA DE  
SUPERFICIE DE RESPUESTA**

**JOSÉ LUIS AHUMADA VILLAFANE**

**Proyecto de grado como requisito para optar la Maestría de  
Ingeniería Civil**

**Asesor Disciplinar y Metodológico:**

**ANDRÉS GUZMÁN GUERRERO, PhD**

**Ingeniero Civil**

**UNIVERSIDAD DEL NORTE  
FACULTAD DE INGENIERÍAS  
MAESTRÍA DE INGENIERÍA CIVIL  
BARRANQUILLA**

**2016**

## DEDICATORIA

*Dedico este trabajo a mi Familia,  
quienes a pesar de las dificultades siempre desearon  
y me ayudaron a culminar mis estudios de maestría,  
brindándome la oportunidad de un mejor futuro,  
obteniendo el mejor y más grande legado que es el conocimiento.*

*A Dios por estar siempre presente en mis buenos y malos momentos,  
porque sin su ayuda nada sería posible.*

*José Luis*

## **AGRADECIMIENTOS**

Agradezco a Dios, que me dio las fuerzas para culminar con éxito esta fase de mi vida, a mis Padres que siempre lucharon por ver a su hijo convertido en un Profesional, a mis abuelos y hermanos por su incomparable e incondicional compañía.

A Kelly B. que siempre me apoyó y ha estado en cada momento que lo he necesitado.

A la Universidad del Norte y sus excelentes catedráticos que me permitieron ser una persona con calidad intelectual y humana, por su invaluable apoyo en todo el transcurso de mi vida universitaria, al ingeniero Andrés Guzmán Guerrero, los cuales Dios los puso en el camino para ser mi guía y tutores para el desarrollo de este proyecto.

A todos los amigos y conocidos que siempre han estado ahí para brindarme una mano amable.

## TABLA DE CONTENIDO

RESUMEN.....	20
1. INTRODUCCIÓN .....	22
2. JUSTIFICACIÓN .....	29
3. OBJETIVOS .....	31
3.1 OBJETIVO GENERAL .....	31
3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....	31
4. MARCO TEÓRICO .....	32
4.1 CLASIFICACIÓN Y MODELOS DE ANÁLISIS DE CASCARONES .....	32
4.1.1 Teoría clásica de esfuerzos de von Mises .....	38
4.2 MODELACIÓN COMPUTACIONAL.....	38
4.2.1 Método de elementos finitos .....	39
4.3 CONCEPTO BÁSICOS DE SUPERFICIE DE RESPUESTA.....	42
4.3.1 Superficies de respuesta polinómica. Modelos de primer y segundo orden .	44
4.3.2 Utilización de variables codificadas .....	45
4.3.3 Modelos de primer orden .....	46
4.3.4 Modelo de segundo orden .....	47
4.4 ESTADÍSTICOS DE PRUEBA .....	48

5.	METODOLOGÍA .....	50
5.1	METODOLOGÍA DE LA MODELACIÓN COMPUTACIONAL.....	51
5.2	MODELO ESTADÍSTICO DE CORRELACIÓN.....	55
5.2.1	Tratamiento de datos: .....	56
5.2.2	Metodología de Superficie de Respuesta (MSR) para los esfuerzos de compresión, tensión, cortante y von Mises. ....	56
5.2.3	Metodología de superficie de respuesta (MSR) para la deflexión.....	62
5.3	METODOLOGÍA PARA LA CONSTRUCCIÓN DEL MODELO EXPERIMENTAL .....	68
5.3.1	Modelo a escala piloto. ....	68
5.3.2	Materiales Empleados. ....	69
5.3.3	Ensayos. ....	71
5.3.4	Detalle Constructivo. ....	73
5.3.5	Esquema de Procedimiento de Carga en el Cascarón. ....	80
5.4	METODOLOGÍA PARA LA VALIDACIÓN DEL MODELO DE CORRELACIÓN PARA LA RESPUESTA DE DEFLEXIÓN.....	82
6.	RESULTADOS.....	83
6.1	RESULTADOS MODELACIÓN COMPUTACIONAL.....	83
6.2	RESULTADOS DEL MODELO ESTADÍSTICO DE CORRELACIÓN .....	87
6.2.1	Superficie de respuesta (MSR) para la variable compresión. ....	90

6.2.2 Superficie de respuesta (MSR) para la variable tensión. ....	96
6.2.3 Superficie de respuesta (MSR) para la variable Von Mises. ....	102
6.2.4 Superficie de respuesta (MSR) para el esfuerzo cortante.....	108
6.2.5 Superficie de respuesta para la deflexión. ....	115
6.2.6 Resultados de la modelo a escala piloto.....	124
6.2.7 Cálculo del error del modelo .....	128
7. DISCUSIÓN .....	130
7.1 ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS DE ESTUDIO SOBRE LA RESPUESTA DE COMPRESIÓN .....	131
7.1.1 Análisis de los efectos e interacciones. ....	133
7.1.2 Validez estadística del modelo.....	135
7.2 ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS DE ESTUDIO SOBRE LA RESPUESTA DE TENSIÓN.....	137
7.2.1 Análisis de los efectos e interacciones. ....	138
7.2.2 Validez estadística del modelo.....	141
7.3 ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS DE ESTUDIO SOBRE LA RESPUESTA DE VON MISE .....	142
7.3.1 Análisis de los efectos e interacciones. ....	143
7.3.2. Validez estadística del modelo.....	146
7.4 ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS DE ESTUDIO SOBRE LA RESPUESTA DE CORTANTE .....	147

7.4.1 Validez estadística del modelo.....	151
7.5 ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS DE ESTUDIOS SOBRE LA RESPUESTA DE LA DEFLEXIÓN .....	153
7.5.1 Análisis de los efectos e interacciones .....	156
7.5.2 Validez estadística del modelo. ....	159
7.6 DISCUSIÓN DE LA VALIDACIÓN .....	161
8. CONCLUSIONES .....	168
9. BIBLIOGRAFÍA .....	171
ANEXO A.....	175
A.1. COMPORTAMIENTO SÍSMICO DE CUBIERTA TIPO CASCARÓN .....	175
A.2. MODELACIÓN ESTRUCTURAL .....	177
A.3. RESULTADOS .....	178
A.4. ANÁLISIS DE RESULTADOS .....	179
A.5. CONCLUSIÓN.....	181



## LISTA DE TABLAS.

Tabla 1. Factores con sus respectivos niveles .....	50
Tabla 2. Definición de materiales. Concreto de $f'c$ de 21 MPa .....	52
Tabla 3: Asignación de elementos tipo Shell .....	53
Tabla 4. Factores de mayoración de cargas.....	54
Tabla 5. Ejemplo de modelo de recolección de respuestas estructurales a partir del software SAP2000 v14 para L de 6 m, $f'c$ de 21 MPa y T de 0.05 m.....	55
Tabla 6. Base del diseño experimental .....	57
Tabla 7. Unidades empleadas en el análisis estadístico.....	57
Tabla 8. Factores del diseño de experimentos codificación.....	58
Tabla 9. Respuestas del diseño de experimento .....	58
Tabla 10. Matriz del diseño factorial completo $3^3$ .....	59
Tabla 11. Factores del diseño de experimentos .....	60
Tabla 12. Matriz experimental ampliada con datos obtenidos de la modelación en SAP 2000 v14 .....	61
Tabla 13. Base del diseño experimental .....	62
Tabla 14. Unidades empleadas en el análisis estadístico.....	63
Tabla 15. Factores del diseño de experimentos codificados .....	63
Tabla 16. Respuesta del diseño de experimento .....	64
Tabla 17. Matriz ampliada deflexión .....	64
Tabla 18. Resultados de la modelación SAP 2000 V14.....	84
Tabla 19. Respuesta de deflexión a partir de modelación en SAP 2000 v14 .....	85
Tabla 20. Matriz experimental para compresión .....	90

Tabla 21. Efectos estimados para compresión. ....	92
Tabla 22. Error residual por combinación. ....	93
Tabla 23. Codificación de variables. Valores de L, H y T en m.....	94
Tabla 24. Valores óptimos por método ascendente rápido para la respuesta COMP. Optimizar respuesta .....	96
Tabla 25. Matriz experimental para el esfuerzo de tensión.....	97
Tabla 26. Efectos estimados para tensión. ....	98
Tabla 27. Coeficientes de regresión estimados para tensión .....	99
Tabla 28. Error residual por combinación .....	100
Tabla 29. Combinación de los niveles de los factores .....	102
Tabla 30. Matriz experimental para von Mises.....	102
Tabla 31. Efectos estimados para von Mises .....	104
Tabla 32. Coeficientes de regresión estimados para von Mises .....	105
Tabla 33. Error residual por combinación .....	106
Tabla 34. Valores óptimos por método ascendente rápido para la respuesta von Mises.....	108
Tabla 35. Matriz experimental para cortante.....	109
Tabla 36. Efectos estimados para cortante.....	110
Tabla 37. Coeficientes de regresión estimados para cortante .....	111
Tabla 38. Error residual por combinación .....	112
Tabla 39. Valores óptimo por método descendente rápido para la respuesta cortante .....	114
Tabla 40. Matriz ampliada deflexión .....	115
Tabla 41. Coeficientes de regresión estimados para deflexión.....	120

Tabla 42. Codificación de variables para emplearlas en el modelo de correlación de deflexión .....	121
Tabla 43. Codificación de variables para emplearlas en los modelos de correlación de deflexión .....	122
Tabla 44. Valores óptimo por método ascendente rápido para la respuesta de deflexión .....	124
Tabla 45. Valores de las deflexiones medidas en el modelo experimental .....	124
Tabla 46. Análisis de varianza ANOVA para compresión. Resumen (ANOVA) ...	132
Tabla 47. Análisis de varianza ANOVA para tensión .....	137
Tabla 48. Análisis de varianza ANOVA para von Mises .....	143
Tabla 49. Análisis de varianza ANOVA para cortante.....	148
Tabla 50. Análisis de varianza ANOVA para deflexión .....	155
Tabla 51. Efectos estimados para deflexión .....	157
Tabla A. 1. Parámetros dinámicos para la obtención del espectro elástico de aceleraciones de diseño. (Fuente NSR-10).....	175
Tabla A. 2. Valores del espectro de aceleraciones de diseño para un período de vibración dado ( $S_a$ ) .....	176
Tabla A. 3. Resultados del análisis de la estructura del cascarón con la aplicación del sismo .....	178
Tabla A. 4. Deflexión del cascarón bajo la acción sísmica.....	179
Tabla A. 5. Combinaciones dimensionales de cascarones con mayores esfuerzos de tensión.....	180
Tabla A. 6. Combinaciones dimensionales de cascarones con mayores esfuerzos de compresión.....	180

Tabla A. 7. Combinaciones dimensionales de cascarones con mayores deflexiones .....181

## LISTA DE FIGURAS

- Figura 1: Aeropuerto internacional de San Luis, Missouri, USA. Diseñado por Anton Tedesko. Fuente: Archivo personal pilot\_adw (Flickr) ©: <https://www.flickr.com/photos/79078396@N03/> .....23
- Figura 2: Iglesia Santa Mónica, Ciudad de México distrito federal. Terminado en 1960. Diseñado por Félix Candela. Fuente: Archivo personal Trevor.patt (Flickr) ©: <https://www.flickr.com/photos/trevorpatt/> .....23
- Figura 3: Little Sports Palace (Palazzetto dello Sport) construido en 1956 en Roma-Italia, Pier Luigi Nervi. Fuente: Archivo personal Caglar Ulker (Flickr) ©: <https://www.flickr.com/photos/caglarulker/6310181058/> .....24
- Figura 4: Swiss Air Force Museum. Dübendorf, Zurich, Switzerland. Terminado en 1987. Heinz Isler diseño estructural. Fuente: Archivo personal Markus Widmer: <http://www.mawi-foto.ch> .....24
- Figura 5: Club Táchira, Caracas, Venezuela, Terminado en 1957, Eduardo Torroja diseñador. Fuente: Archivo personal María Araujo (Flickr) ©: <https://flic.kr/p/bi1MAP> .....25
- Figura 6: Estadio 11 de Noviembre, Cartagena-Colombia. Fuente: Fototeca histórica de Cartagena. Diario el Universal <http://www.eluniversal.com.co/suplementos/dominical/arquitectura-moderna-de-1945-1970-65537> .....27
- Figura 7: Capilla Gimnasio Moderno, Bogotá-Colombia. Cálculos estructurales Ing. Guillermo Gonzales Zuleta. Diseño Arq. Juvenal Moya. Fuente: Archivo personal de lauravisón.com ©: <http://www.archdaily.co/co/02-369012/clasicos-de-arquitectura-capilla-de-los-santos-apostoles-del-gimnasio-moderno-juvenal-moya-cadena> .....28
- Figura 8: Teatro Amira De La Rosa. Barranquilla-Colombia, Diseñado por la firma Zeisel, Magagna & Lignarolo 1961. Fuente: Del autor. ....28
- Figura 9: Clasificación de cascarones. Fuente: (Swokowski, 1989) .....33

Figura 10. Esquema del cascarón. Esfuerzos axiales y cortantes. Fuente: Del autor .....	35
Figura 11. Apoyo en cascarón con esfuerzo en el plano tangente. Fuente: El autor .....	37
Figura 12: Esquema de la metodología de la investigación. Fuente: Elaborada por el autor .....	51
Figura 13. Modelo del cascarón en SAP 2000 V14 con apoyo articulado y dirección de la carga viva. ....	52
Figura 14. Fuerzas sobre elemento tipo Shell. Flechas rojas cargas axiales (S11), flechas verdes y azules cortantes (S12) y (S13) y momento de flexión. Fuente: Del autor. ....	53
Figura 15. Granito seleccionado para la fabricación de la mezcla de concreto .....	69
Figura 16. Báscula empleada para pesar los materiales .....	70
Figura 17. Mezcladora de concreto.....	70
Figura 18. Toma de muestras de concreto para ensayo de compresión .....	71
Figura 19. Curado de los cilindros de concreto por inmersión .....	72
Figura 20. Extracción de los cilindros de la piscina de curado para su posterior ensayo a compresión .....	72
Figura 21. Montaje del ensayo a compresión del cilindro de concreto.....	73
Figura 22: Fundida de cascarón en posición vertical .....	74
Figura 23. Cascarón fundido con formaleta en posición vertical.....	74
Figura 24. Aplicación de la carga en cascarón construido con formaleta en posición vertical .....	75
Figura 25. Falla frágil de cascarón.....	75
Figura 26. Vista de la formaleta que servirá de apoyo del cascarón.....	76
Figura 27. Detalle del refuerzo del cascarón .....	77

Figura 28. Detalle de la colocación del apoyo, simula articulación .....	78
Figura 29. Apariencia del cascarón fundido .....	78
Figura 30. Cascarón fundido. Muestra de la colocación de los deformímetros.....	79
Figura 31. Detalle del apoyo una vez fundido el cascarón.....	79
Figura 32. Cargas distribuidas sobre la superficie del cascarón de concreto .....	80
Figura 33. Secuencia de la aplicación de carga sobre el cascarón .....	81
Figura 34. Análisis estadístico exploratorio de respuesta obtenidos para compresión (COMP), tensión (TEN), von Mises (VM), cortante (CORT), a partir de la modelación en SAP2000 V14.....	89
Figura 35. Análisis gráfico descriptivo para la estadística de valores de respuesta de compresión.....	91
Figura 36. Gráfica de la respuesta estimada para el análisis de esfuerzos a la compresión.....	95
Figura 37. Gráfica de contornos de la superficie estimada para el análisis de compresión.....	95
Figura 38. Análisis gráfico descriptivo para la estadística de valores de respuesta de tensión.....	98
Figura 39. Gráfica de la respuesta estimada para el análisis de esfuerzos de tensión .....	101
Figura 40. Gráfica de contornos de la superficie estimada para el análisis de tensión .....	101
Figura 41. Análisis gráfico descriptivo para la estadística de valores de respuesta de von Mises .....	104
Figura 42. Gráfica de la respuesta estimada para el análisis de VM .....	107
Figura 43. Gráfica de contornos de la superficie estimada para el análisis de von Mises .....	107

Figura 44. Análisis gráfico descriptivo para la estadística de valores de respuesta cortante .....	110
Figura 45. Gráfica de la respuesta estimada para el análisis de esfuerzos cortantes .....	113
Figura 46. Gráfica de contornos de la superficie estimada para el análisis de cortante .....	114
Figura 47. Análisis gráfico descriptivo para la estadística de valores de respuesta de deflexión .....	118
Figura 48. Análisis descriptivo para la estadística de valores de respuesta de deflexión .....	119
Figura 49. Gráfica de la respuesta estimada para el análisis de deflexión .....	123
Figura 50. Gráfica de contornos de la respuesta estimada para el análisis de deflexión .....	123
Figura 51. Lectura de los deformímetros para la respuesta de deflexión medidas en campo con el cascarón cargado.....	125
Figura 52. Gráfica de normalidad de los datos de respuesta compresión (COMP), tensión (TEN), von Mises (VM), cortante (CORT), una vez transformados...	131
Figura 53. Matriz de coeficientes de correlación para compresión .....	133
Figura 54. Gráfica de probabilidad para el análisis de los efectos en la compresión .....	134
Figura 55. Diagrama de Pareto estandarizado para el análisis de los efectos en la compresión.....	135
Figura 56. Cuadro de gráficas de residuo para el análisis de compresión.....	136
Figura 57. Matriz de coeficientes de correlación para tensión .....	139
Figura 58. Gráfica de probabilidad para análisis de los efectos en la tensión .....	140
Figura 59. Diagrama de Pareto estandarizado para el análisis de los efectos en la tensión.....	141



Figura 60. Cuadro de gráficas de residuo para el análisis de tensión.....	142
Figura 61. Matriz de coeficientes de correlación para von Mises.....	144
Figura 62. Gráfica de probabilidad para el análisis de los efectos en VM.....	145
Figura 63. Diagrama de Pareto estandarizado para el análisis de los efectos de VM .....	146
Figura 64. Cuadro de gráficas de residuo para análisis de VM .....	147
Figura 65. Matriz de coeficientes de correlación para cortante.....	149
Figura 66. Gráficas de probabilidad para el análisis de los efectos en cortante ..	150
Figura 67. Diagrama de Pareto estandarizado para el análisis de los efectos de cortante .....	151
Figura 68. Cuadro de gráficas de residuo para análisis de cortante .....	152
Figura 69. Gráfica de transformación de los datos de deflexión .....	153
Figura 70. Gráfica de normalidad de los datos de respuesta de deflexión una vez transformados .....	154
Figura 71: Matriz de correlación de deflexión .....	156
Figura 72. Gráfica de probabilidad para el análisis de los efectos en la deflexión .....	158
Figura 73. Diagrama de Pareto estandarizado para el análisis de los efectos en la deflexión .....	159
Figura 74. Cuadro de gráficas de residuo para análisis de deflexión.....	160
Figura 75. Esfuerzo máximo a tensión (S22).....	161
Figura 76: Esfuerzo máximo a tensión (S11).....	162
Figura 77: Esfuerzo máximo a tensión S11 .....	162
Figura 78: Magnitud del esfuerzo máximo a tensión S22 .....	163

Figura 79: Deflexión en el centro del cascarón .....	163
Figura 80: Superficie de respuesta a compresión (izquierda) y tensión (derecha) .....	164
Figura 81. Geometría de cascarón propuesto para vivienda de interés social ....	165
Figura 82. Fachada de vivienda de interés social .....	167
 Figura A. 1. Espectro elástico de aceleraciones de diseño como fracción de la gravedad .....	 177

**NOTA DE ACEPTACIÓN:**

---

---

---

---

---

---

**Firma del presidente del Jurado**

---

**Firma del Jurado**

---

**Firma del Jurado**

**Barranquilla, febrero de 2017**

# **DETERMINACIÓN Y ANÁLISIS DE MODELOS DE CORRELACIÓN DE RESPUESTAS ESTRUCTURALES ASOCIADAS A LAS VARIABLES DE DISEÑO DE CASCARONES EN CONCRETO MEDIANTE METODOLOGÍA DE SUPERFICIE DE RESPUESTA**

## **RESUMEN**

Esta investigación generó un modelo estadístico de correlación que permite determinar de manera directa las respuestas estructurales máximas como esfuerzos de compresión, tensión, cortante, von Mises y deflexiones, en un cascarón de concreto del tipo paraboloide cilíndrico, cuando es sometido a cargas gravitacionales distribuidas uniformemente sobre su superficie. Se plantearon tres etapas para desarrollar las ecuaciones de correlación como son: modelación computacional en la que se generaron las respuestas estructurales, análisis estadístico en las que se obtuvieron las ecuaciones de correlación y la construcción de un modelo experimental a escala real que permitió la validación de la ecuación de correlación de deflexión.

La modelación computacional abarcó el uso del software SAP2000 V14<sup>1</sup> para determinar los valores máximos de esfuerzos de compresión (COMP), tensión (TEN), cortante (CORT), von Mises (VM) y deflexión (DEF) para cada combinación de parámetros geométricos y mecánicos (luz, altura, espesor y resistencia a la compresión). El tratamiento estadístico de los resultados de la modelación computacional abarcó el diseño factorial completo de tres niveles y tres factores 3<sup>3</sup>, determinación de correlaciones mediante análisis estadístico ANOVA y seguimiento de la metodología de superficie de respuesta (MSR), obteniendo los modelos de

---

<sup>1</sup> SAP2000. COMPUTER AND STRUCTURES INC. Versión 14. CALIFORNIA USA.

correlación de respuestas estructurales. El modelo experimental a escala real consistió en la construcción de un cascarón tipo siguiendo los parámetros geométricos, resistencia mecánica de los materiales y cargas impuestas del modelo computacional. Finalmente, se midió la deflexión en el modelo experimental lo que permite validar la respuesta de deflexión en el modelo computacional y a su vez sirve como insumo para la generación de la ecuación de correlación.

**PALABRAS CLAVE:** Cascarón de concreto, ecuaciones de correlación, superficies de respuesta, membranas, viviendas de interés social y cubiertas.

## 1. INTRODUCCIÓN

El cascarón de concreto reforzado representa el sistema estructural más eficiente e innovador, que ha revolucionado el mundo de la ingeniería moderna y su aplicación en cubiertas diseñadas para resguardar grandes superficies. Son admirables las obras que a nivel mundial representan estos sistemas, siendo lo más atractivo su relación luz/espesor.

Los primeros cascarones diseñados y contruidos se dieron en la primera década de 1920 en Europa, más específicamente en Italia, Alemania y suiza. Estos sistemas fueron introducidos a América por intermedio del ingeniero Anton Tedesko, quien provenía de una firma constructora alemana de gran renombre y experta en el diseño de cascarones. Por esa época se construyeron en los Estados Unidos grandes obras que inmortalizaron este sistema como por ejemplo el coliseo *Hershey Ice Arena* (Saliklis & Billington, 2003), los hangares para la fuerza aérea en *Rapid City* Sur de Dakota, *Denver Coliseum* (Colorado), *St. Louis International Airport Terminal* y *May D&F Entrance Canopy*, Denver (Colorado), entre otros (Weingardt, 2007). Posteriormente este sistema se expandió al resto de América, más específicamente en México, que por intermedio del arquitecto español Félix Candela se logran grandes diseños que son empleados para diversos proyectos como: el laboratorio de rayos cósmicos, la iglesia Santa Mónica, el restaurante los manantiales y el palacio de los deportes, siendo estas sus obras más representativas.



Figura 1: Aeropuerto internacional de San Luis, Missouri, USA. Diseñado por Anton Tedesko. Fuente: Archivo personal pilot\_adw (Flickr) ©: <https://www.flickr.com/photos/79078396@N03/>

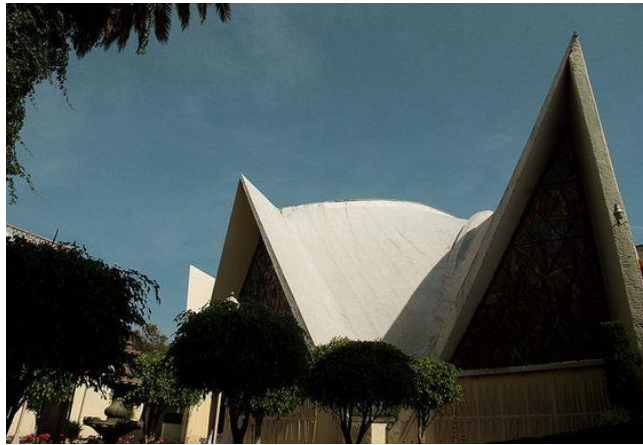


Figura 2: Iglesia Santa Mónica, Ciudad de México distrito federal. Terminado en 1960. Diseñado por Félix Candela. Fuente: Archivo personal Trevor.patt (Flickr) ©: <https://www.flickr.com/photos/trevorpatt/>

Otros grandes que dieron su aporte para el desarrollo de los cascarones de concreto en sus diversas formas son: Eduardo Torroja, Ulrich Müther, Pier Luigi Nervi, Heinz

Isler, Fernando López Carmona, Juan Tonda, Enrique del Moral y José Luis Rincón (Oliva Salinas, 2012).



Figura 3: Little Sports Palace (Palazzetto dello Sport) construido en 1956 en Roma-Italia, Pier Luigi Nervi. Fuente: Archivo personal Caglar Ulker (Flickr) ©: <https://www.flickr.com/photos/caglarulker/6310181058/>



Figura 4: Swiss Air Force Museum. Dübendorf, Zurich, Switzerland. Terminado en 1987. Heinz Isler diseño estructural. Fuente: Archivo personal Markus Widmer: <http://www.mawi-foto.ch>





Figura 5: Club Táchira, Caracas, Venezuela, Terminado en 1957, Eduardo Torroja diseñador. Fuente: Archivo personal María Araujo (Flickr) ©: <https://flic.kr/p/bi1MAP>

En 1934 el colapso del hangar de la fuerza aérea en Cottbus - Alemania, marcó negativamente el uso de los cascarones en Europa donde su uso declinó, contrario a lo que pasaba en américa en el que el sistema ganaba más adeptos. Deficiencia en la calidad de los materiales empleados y análisis estructural empleando métodos de cálculo poco confiables, son las razones que se le atribuyeron al colapso de la estructura (Hines & Billington, 2004).

La evolución del análisis y diseño del sistema estructural de cascarones de concreto tuvo un notable desarrollo. En sus inicios, ingenieros como Anton Tedesko daban prioridad a los resultados obtenidos en ensayos experimentales en cascarones a escala natural y al aporte de constructores de la época en vez de la aplicación de cálculos manuales que en ese entonces no generaban mucha confianza, caso Cottbus mencionado anteriormente. En 1936 se publican métodos precisos para el cálculo de cascarones de concreto. Fernand Aimond publica el artículo: “*Estudios estáticos de cascarones delgados en paraboloides hiperbólicos trabajando sin flexión*”, para el documento Memorias de la asociación internacional de puentes y armaduras, Zúrich (Oliva Salinas, 2012).

Con la aparición de los computadores se desarrolla la técnica y se emplean métodos numéricos como el de los elementos finitos. El MEF (Método de elementos finitos) nació en el año 1943 y solo en el año de 1950, se empieza a usar para el cálculo de edificaciones reemplazando los métodos manuales como los de Cross y Kani. En el inicio de la década de los 60 el método de elementos finitos hizo posible el nacimiento de la optimización estructural como hoy se le conoce (Tomás Espín , 2007) y en ese mismo año Schmit introdujo la idea de acoplar el MEF con la programación matemática no lineal (Schmit, 1960). A lo largo de la década de 1960 a 1970, su uso se generaliza a estructuras continuas y con geometrías complejas logrando una gran aplicación en la solución de cascarones de concreto reforzado. Para corroborar los cálculos manuales realizados por Félix Candela para el diseño de la Capilla de Lomas de Cuernavaca, se aplicó el método de elementos finitos para así corroborar los resultados y demostrar la precisión obtenida en la época (Draper, Building for the future: Evaluating the current viability of thin shell concrete structures, 2008).

Por la misma época, en el año 1945, se abre paso el ingeniero civil colombiano Guillermo González Zuleta. Proveniente de una familia de ingenieros y arquitectos es considerado el precursor de proyectos y construcción de cáscaras y bóvedas usadas como cubiertas en Colombia. Grandes obras desarrolladas con ingenio por este personaje recibieron la admiración de arquitectos, ingenieros y constructores de la época, inclusive de grandes celebridades con autoridad en el tema como lo son Torroja y Candela, el primero sirvió de consultor en el tema de estabilidad de alguna de sus obras. Cuando Félix Candela visitó a Bogotá ya González Zuleta había construido una obra que permitía realizar exploraciones estructurales (Caicedo, 2009).

Sus trabajos en sistemas estructurales tipo cáscaras vaciados en sitio, fueron construidos en proyectos como estadios, teatros, iglesias y auditorios. Su constitución estructural explora sistemas constructivos como casetonados, aligeramientos en ladrillos cerámicos huecos y sistemas pretensados.

Las obras más representativas de Guillermo González Zuleta construidas en Colombia son: Plaza de mercado de Girardot, Estadio 11 de Noviembre de Cartagena, Estación de buses Bogotá, Estadio Pascual Guerrero en Cali, Estadio Atanasio Girardot Medellín, Teatro La Comedia Bogotá, Supermercado Rayo Bogotá, Capilla Gimnasio Moderno de Bogotá, Fábrica de chiclets Clark's, Mercado CUAN Bogotá, edificio Volkswagen Bogotá, Teatro CUAN Bogotá, Hipódromo de techo Bogotá, Iglesia de Fátima Medellín, Estadio Libertad Pasto, Estadio de futbol Cartagena.



Figura 6: Estadio 11 de Noviembre, Cartagena-Colombia. Fuente: Fototeca histórica de Cartagena. Diario el Universal  
<http://www.eluniversal.com.co/suplementos/dominical/arquitectura-moderna-de-1945-1970-65537>



Figura 7: Capilla Gimnasio Moderno, Bogotá-Colombia. Cálculos estructurales Ing. Guillermo Gonzales Zuleta. Diseño Arq. Juvenal Moya. Fuente: Archivo personal de lauravisón.com ©: <http://www.archdaily.co/co/02-369012/clasicos-de-arquitectura-capilla-de-los-santos-apostoles-del-gimnasio-moderno-juvenal-moya-cadena>



Figura 8: Teatro Amira De La Rosa. Barranquilla-Colombia, Diseñado por la firma Zeisel, Magagna & Lignarolo 1961. Fuente: Del autor.

Esta investigación desarrolla modelos de correlación de respuestas estructurales a partir de la metodología de superficie de respuesta, los cuales permiten determinar de manera directa los valores máximos de esfuerzos a compresión (COMP), tensión (TEN), cortante (CORT), von Mises (VM) y deflexiones (DEF) teniendo como datos

de entrada valores geométricos como espesor (T), luz (L) y altura (H), además de propiedades mecánicas como la resistencia a la compresión del concreto ( $f'_c$ ).

El documento se organiza empezando por una reseña de la teoría de membrana, la segunda parte se presenta la modelación computacional en donde se analizaron 28 combinaciones de los cuatro factores T, L, H y  $f'_c$ . En la tercera parte se exhibe el desarrollo estadístico de los datos obtenidos de la modelación computacional, empleando el diseño factorial ANOVA y por el método de superficie de respuesta (MSR) y en la cuarta parte se muestra el modelo experimental a escala natural que sirvió para la validación de los modelos de correlación para la respuesta de deflexión.

## **2. JUSTIFICACIÓN**

Dos son los propósitos planteados con este estudio y son los de promover el uso de cascarones de concreto en la construcción de viviendas de interés social, como sistema que reemplace a la tradicional cubierta de asbesto cemento y el de facilitar el análisis de la estructura a través de ecuaciones de correlación.

Los proyectos de viviendas de interés social son destinados para la población de escasos recursos, que no cuentan con un espacio propio donde puedan vivir dignamente y satisfacer sus necesidades básicas. Estas construcciones son diseñadas para suministrar espacios con condiciones mínimas que conlleve a bajo costo de construcción. Cuando se escucha de este tipo de proyectos se viene a la mente el uso de materiales de baja calidad, acabados poco estéticos, diseños arquitectónicos básicos y espacios reducidos. Con este proyecto de investigación se demostrará por medios experimentales y analíticos la eficiencia de estos sistemas en virtud de la geometría de su sección transversal.

Otras de las ventajas de los cascarones de concreto tienen que ver con un amplio margen de seguridad ante desastres ocasionados por sismos, tal como se establece en el FEMA 356, 2000<sup>2</sup>, considerándose un sistema estructural seguro debido a su geometría. Su configuración geométrica o espacial permite a las instalaciones un mayor aprovechamiento de recursos como iluminación, espacio, ventilación entre otras características, en concordancia con los propósitos identificados en la norma ISO 50001:2011<sup>3</sup> para la reducción en la forma o tipo y aplicaciones en el uso de la energía como medida para una gestión de eficiencia energética.

El análisis de cascarones de concreto reforzado son a menudo realizados por software especializados que aplican el método de los elementos finitos. Para resolver estos sistemas estructurales es necesario el dominio de estos además de una inversión de tiempo en su modelado. Con las ecuaciones de correlación generadas en este proyecto de grado la tarea se hace sencilla y en menos tiempo, debido a que con la introducción de los parámetros geométricos podemos calcular las respuestas máximas para esfuerzos de tensión, compresión, cortante y las deflexiones. Cabe destacar que el NSR-10 y ACI adolecen de una metodología que permita predimensionar estos sistemas. Una de las utilidades de los modelos de correlación es la de permitir establecer dimensiones previas y de manera rápida obtener los esfuerzos actuantes. Este es el aporte que se realiza para la academia de ingeniería civil y que podemos proponer al comité técnico para que lo tenga en cuenta en la normativa.

---

<sup>2</sup> FEMA 356, 2000. Prestandard and commentary for the seismic rehabilitation of building, California.

<sup>3</sup> ISO 50001:2011. Energy management system. Org.

### **3. OBJETIVOS**

#### **3.1 OBJETIVO GENERAL**

Generar ecuaciones de correlación a partir de la metodología de superficie de respuesta que permitan determinar de manera directa los esfuerzos de tensión, compresión, cortante, von Mises y deflexiones en cascarones de concreto del tipo paraboloide cilíndrico.

#### **3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- Determinar las respuestas estructurales máximas de compresión, tensión, cortante, von Mises y deflexión a través del software SAP2000 V14, con el fin de obtener la información necesaria para desarrollar el modelo estadístico.
- Realizar el análisis e inferencia estadística que permita el conocimiento de los factores que inciden significativamente en las respuestas estructurales.
- Validar el modelo de correlación de deflexión generado a través del modelo experimental a escala piloto.
- Recomendar un cascarón con geometrías específicas para emplearse en la construcción de viviendas de interés social.

## 4. MARCO TEÓRICO

*“Las estructuras dependen de la forma más que del material empleado”*

**Eduardo Torroja**

Este pensamiento expresado por unos de los grandes exponentes del sistema de cascarones de concreto, es el mejor preámbulo para iniciar con el estudio de los mismos, con base en la teoría de membrana. Un cascarón estructural es un tipo de placa de superficie curva de espesor pequeño, el cual desarrolla bajo cargas, esfuerzos de membrana, es decir, esfuerzo de tensión, compresión y esfuerzos cortantes tangenciales. Los esfuerzos cortantes normales son insignificantes y su deformación a flexión y torsión son casi nulas.

### 4.1 CLASIFICACIÓN Y MODELOS DE ANÁLISIS DE CASCARONES

Se clasifican dependiendo de su geometría de su superficie, se dividen en:

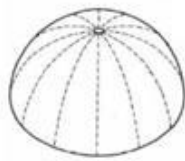
- a. Curvatura Gaussiana.
  - Curvatura Gaussiana positiva: Son llamados sinclásticos y están formados por familias de curvas con la misma dirección, dentro de este grupo se encuentran las cúpulas esféricas y los paraboloides elípticos.
  - Curvatura Gaussiana cero: Estos están formados por una familia de curvas, los cilindros, los conos y las bóvedas.
  - Curvatura Gaussiana negativa: Son llamados anticlásticos y están formados por dos familias de curvas, cada una en una dirección opuesta (Martinez P & Porto G, 2006). Cuando se habla de direcciones opuestas se refiere a que la



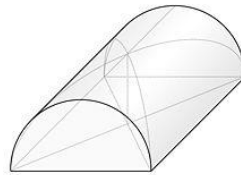
curvatura en un punto es positiva en algunas direcciones y negativa en otras (Basset Salom, 2013). Dentro de esta clasificación están los paraboloides hiperbólicos y las bóvedas de ojivas.

b. Superficies generadas.

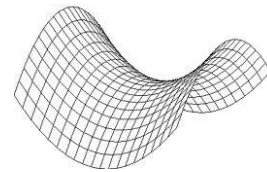
- Superficies de revolución: Se define como aquella que está engendrada por una línea cualquiera que gire alrededor de un eje. La línea puede ser plana o alabeada (Tabio Fernandez, 1983).
- Superficies de traslación: Son aquellas que se obtienen por el movimiento de una recta, siendo esta, un elemento generador. Pertenecen a esta clasificación el paraboloide elíptico, paraboloide cilíndrico y paraboloide hiperbólico.



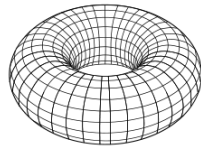
Sinclásticos



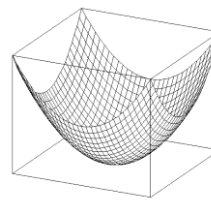
Curvatura cero



Anticlásticos



Superficie de revolución



Superficie de traslación

Figura 9: Clasificación de cascarones. Fuente: (Swokowski, 1989)

Para esta investigación se contempló el estudio de las formas geométricas elíptica, circular y parabólica para la generatriz del cascarón. Se realizaron modelaciones con ambas figuras dando resultados satisfactorios, hablando desde el punto de vista de reducción de deflexiones y distribución de esfuerzos axiales, la configuración parabólica. La razón se debe a que en este el tramo descendente presenta mayor pendiente que el circular sobre todo en inmediaciones de los apoyos, lo que beneficia en el aumento de la resistencia a la compresión y disminución de la deflexión.

Según (American Concrete Institute, 2014) el método de análisis elástico debe determinar las fuerzas y desplazamientos internos necesarios para el diseño de la cascara en sí y de la estructura de apoyo. Se debe satisfacer el equilibrio de fuerzas internas y cargas externas, así como la compatibilidad de deformaciones. El análisis inelástico de cáscara delgada puede llevarse a cabo usando un método de análisis refinado basado en propiedades no lineales específicas del material, comportamiento no lineal debido a fisuración del concreto y efectos dependiente del tiempo, tal como el flujo plástico, retracción, variación de temperatura y la historia de carga. También se permite un procedimiento de análisis basado ya sea en la medición de desplazamiento o de deformaciones unitarias, o ambos, de la estructura o de su modelo. El análisis experimental se basa ya sea en el comportamiento elástico o en el comportamiento inelástico.

El cálculo de estos sistemas estructurales incluye la solución de ecuaciones diferenciales. Los cálculos se realizan en dos etapas: la primera consiste en aplicar la teoría de membrana, es decir, despreciar la flexión y la torsión y la segunda se hacen correcciones a la solución previa con la superposición de esfuerzos cortantes y deflexión necesarios para cumplir con las condiciones de borde (Salvador & Levy, 1975).

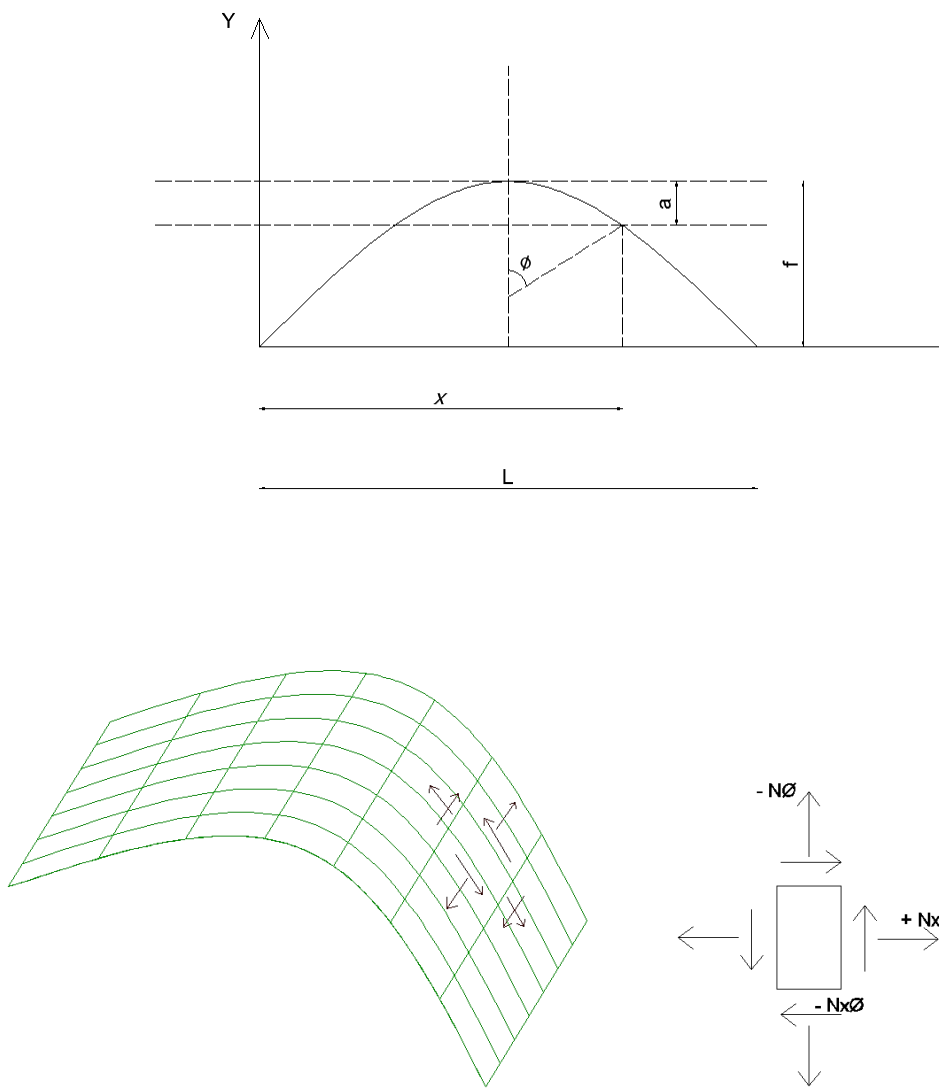


Figura 10. Esquema del cascarón. Esfuerzos axiales y cortantes. Fuente: Del autor

De la Figura 10 se puede determinar:

$$N_{\phi} = - \frac{ga}{\cos^2 \phi}$$

Ecuación 1

$$N_{x\phi} = g * x * \text{sen}\phi$$

Ecuación 2

$$N_x = \frac{g}{8a} * (L - 4x^2) * \cos^4 \phi$$

Ecuación 3

Esfuerzos por peso propio.

$$Y = \frac{4F}{L^2} * (Lx - x^2)$$

Ecuación 4

Donde:

$N_x$  y  $N\Phi$  = Fuerzas normales sobre la superficie del cascarón

$N_x\Phi$  = Fuerza cortante

$g$  = Carga/área

Las fuerzas internas están determinadas por  $N_x$  y  $N\Phi$  que corresponden a los ejes  $X$  y  $y$ , respectivamente. Las fuerzas externas con las internas deben estar en equilibrio. En un cascarón se generan diez componentes de esfuerzos internos: dos fuerzas normales al plano de la sección transversal por unidad de longitud, dos fuerzas cortantes paralelas al eje horizontal al plano de la sección transversal, dos

fuerzas cortantes transversales al eje horizontal del plano de la sección transversal, dos momentos flectores por unidad de longitud y dos momentos torsores por unidad de longitud. Si igualamos los momentos a cero tenemos la teoría de la membrana para cascarones (Olvera López, Cristofano, Oshiro Higa, & Timoshenko, 1970).

Para que un cascarón actúe como membrana los esfuerzos a flexión deben ser despreciables. Dos casos en los que se considera que cumplen con la definición de estados de membrana son:

1. Rigidez a flexión pequeña para ser incapaz de resistir flexión.
2. Poseer suficiente rigidez a flexión pero con condiciones de cargas y apoyos de tal forma que no permitan esfuerzos a flexión.

Es importante también la condición de apoyo para generar un comportamiento de membrana. El apoyo adecuado es aquel que está ubicado en los extremos del cascarón y que induce esfuerzos en el plano tangente a la curvatura del mismo como se presenta en la Figura 11. Este estado de esfuerzo produce un campo de deformaciones denominado de membrana.

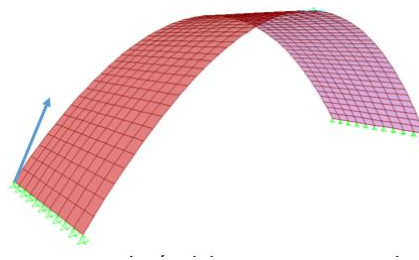


Figura 11. Apoyo en cascarón con esfuerzo en el plano tangente. Fuente: El autor

#### 4.1.1 Teoría clásica de esfuerzos de von Mises

El método de la energía de distorsión es el mejor estimador de la falla para materiales dúctiles sometidas a cargas estáticas o esfuerzos normales, cortantes o combinados totalmente reversibles (Mott, 2006). El esfuerzo de von Mises, representado por  $\sigma'$ , se puede calcular para esfuerzos biaxiales, con los esfuerzos principales máximos y mínimos  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$ :

$$\sigma_{vm} = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2}}$$

Ecuación 5

Se dice que existe falla cuando  $\sigma' > s_y$ . En el método para esfuerzo biaxial se requiere que el esfuerzo aplicado en la tercera dirección ortogonal  $\sigma_z$  sea cero.

Un componente estructural dado es seguro siempre que el valor máximo de la energía de distorsión por unidad de volumen en ese material permanezca más pequeño que la energía de distorsión por unidad de volumen requerida para hacer fluir una probeta del mismo material sometida a tensión (Beer, Johnston, DeWolf, & Mazurek, 2013).

#### 4.2 MODELACIÓN COMPUTACIONAL

En la práctica es común, para diseños de proyectos de ingeniería, enfocarse en estructuras convencionales como pórticos y armaduras. A pesar de la existencia de

métodos para el análisis de estructuras más complejas y el desarrollo de la computación, hay una tendencia a modelar los mismos tipos de estructuras.

Los software especializados para el análisis y diseño de estructuras tipo cascaron emplean el método de elementos finitos del cual hablaremos a continuación.

#### **4.2.1 Método de elementos finitos**

El método de los elementos finitos y su implementación por medio de aplicaciones computacionales, permite modelar todo tipo de estructura, hasta aquellas en las que aún no se tienen claros los diferentes comportamientos que se generan frente a diferentes tipos de solicitaciones, algunas de estas estructuras son los cascarones. Los programas especializados en la modelación por medio del método de los elementos finitos, interpretan el comportamiento de las estructuras que es representable de una forma gráfica, en donde se pueden discutir las diferentes zonas críticas y proporcionar resultados más aproximados debido al buen manejo de fronteras. Este es un método de aproximación de problemas continuos el cual se divide en un número finito de partes, “elementos”, cuyo comportamiento se especifica mediante un número finito de parámetros asociados a ciertos puntos característicos denominados nodos. El procedimiento de cálculo se basa en la conversión de las ecuaciones de equilibrio a sistemas lineales o no lineales para llegar a la solución de un análisis tanto estático como dinámico.

A partir de la utilización de un programa especializado, en este caso SAP 2000 V14, se reconoce que el método de los elementos finitos proporciona la mayor aproximación del comportamiento de una estructura bajo condiciones reales, facilitando la búsqueda de las falencias y también de las formas y diseños óptimos con los cuales se puede mejorar su desempeño.

El método de elementos finitos presenta dos enfoques generales como son el método de la fuerza o flexibilidad el cual utiliza las fuerzas internas como las incógnitas del problema y el método de desplazamiento o la rigidez el cual asume los desplazamientos de los nodos como la incógnita del problema (Zienkiewicz, 1981).

El método de elementos finitos implica el modelado de la estructura utilizando pequeños elementos interconectados llamados elementos finitos. Una función de desplazamiento está asociada con cada elemento finito. Cada elemento de interconexión está vinculado, directa o indirectamente.

#### **4.2.1.1 Discretización del modelo**

Consiste en dividir el cuerpo en un sistema equivalente de elementos finitos con nodos asociados y elección del tipo más adecuado de elemento de modelo dependiendo de la estructura física del cuerpo en las actuales condiciones de carga que más se ajuste al comportamiento físico real. Los elementos deben ser lo suficientemente pequeños para dar resultados más exactos pero no tanto que involucre aumento en el esfuerzo computacional (Zienkiewicz, 1981).

Los elementos empleados en la aplicación del método de elementos finitos consisten en: Elemento simple de línea con dos nodos, utilizados para representar una barra o un elemento viga; Elementos simples bidimensionales con nodos de esquina e intermedios, empleados para representar tensión plana; Elementos tridimensionales simples, empleados para representar el estado de tensión tridimensional; elementos simples axisimétricas triangulares y cuadriláteros para problemas axisimétricos. Para el tipo de elementos bidimensional las figuras geométricas recomendadas empleadas son triangulares y cuadriláteros, para el caso de elementos tridimensionales tetraedros, hexaedros regulares y hexaedros irregulares y para elementos axisimétricos el anillo triangular y anillo cuadrilátero.



#### 4.2.1.2 Función de desplazamiento

Elegir una función de desplazamiento dentro del elemento utilizando los valores nodales del elemento. Polinomios lineales, cuadráticos y cúbicos son funciones de uso frecuente debido a que son fáciles de trabajar en la formulación de elementos finitos. Sin embargo, las series trigonométricas también se pueden utilizar. Las funciones se expresan en términos de las incógnitas nodales (problemas de dos dimensiones, en tema de una componente  $X$  para  $Y$ ). La misma función generalmente de desplazamiento puede ser utilizada repetidamente para cada elemento (Clough, 1970)

#### 4.2.1.3 Matriz de rigidez del elemento y ecuaciones

El desarrollo de matrices de rigidez del elemento y ecuaciones se basan en métodos como:

- **Método directo de equilibrio:** En este método están relacionados las fuerzas con los desplazamientos, utilizando las fuerzas en las condiciones de equilibrio para un elemento básico, con las relaciones fuerza-deformación (Álvarez Cabal, Benito Muñoz, Ureña Prieto, Salete Casino, & Aranda Ortega, 2014).
- **Métodos de trabajo o energía:** Para elementos de dos y tres dimensiones es mucho más fácil de aplicar un método de trabajo o energía. El principio del trabajo virtual, el principio de mínima energía potencial y el teorema de Castigliano son métodos utilizados comúnmente para el propósito de la derivación de las ecuaciones de los elementos. El principio del trabajo virtual se aplica a cualquier comportamiento del material, mientras que el principio

de mínima energía potencial el teorema de Castigliano son aplicables únicamente a los materiales elásticos.

- **Métodos de residuos ponderados:** Los métodos de residuos ponderados son útiles para el desarrollo de la ecuación del elemento, particularmente popular es el método de Galerkin. Estos métodos producen los mismos resultados que los de energía. Los métodos de residuos ponderados permiten que el método de elementos finitos sean aplicados directamente a cualquier ecuación diferencial (Cerroloza, 2006).

Las etapas en que se dividen los métodos basados en los residuos ponderados son:

- Escogencia de una función de aproximación que cumplan con las condiciones de contorno básicos del problema.
- Reemplazar esta función en el conjunto de ecuaciones diferenciales que controlan el problema e integrar ponderadamente sobre todo el dominio.
- La integración obtenida generará un error llamado residuo, el cual debe eliminarse sobre todo el dominio.
- Resolver el sistema de ecuaciones del ítem anterior el cual arrojará los parámetros ajustables.

#### **4.3 CONCEPTO BÁSICOS DE SUPERFICIE DE RESPUESTA**

La Metodología de Superficies de Respuesta (MSR) es un conjunto de técnicas matemáticas que se utilizan para el tratamiento de problemas en los que varios factores de carácter cuantitativo influyen a una respuesta de interés (Melcón & Barcia, 2004). Estas técnicas buscan:

- Diseñar un experimento que proporcione valores razonables de la variable respuesta.

- Determinar el modelo matemático que mejor se ajusta a los datos obtenidos.
- Establecer los valores de los factores que optimizan el valor de la variable respuesta.

Si decimos que un valor real esperado,  $\eta$ , que toma una variable a estudiar que está influido por los niveles de  $k$  factores cuantitativos,  $x_1, x_2, \dots, x_k$ , significa que existe alguna función de  $x_1, x_2, \dots, x_k$  (que se supone continua en  $x_i$ ,  $\forall i = 1, \dots, k$ ) que nos proporciona el correspondiente valor de  $\eta$  para alguna combinación dada de niveles:

$$\eta = f(x_1, x_2, \dots, x_k)$$

Ecuación 6

de tal forma que la variable respuesta puede expresarse como:

$$Y = \eta + \varepsilon = f(x_1, x_2, \dots, x_k) + \varepsilon$$

Ecuación 7

Donde  $\varepsilon$  es el error observado en la respuesta.

La relación  $\eta = f(x_1, x_2, \dots, x_k)$  existente entre  $\eta$  y los niveles de los  $k$  factores puede representarse a través de una hipersuperficie (subconjunto de un espacio euclídeo  $(k+1)$ -dimensional) a la que se denomina superficie de respuesta.

Esta técnica es utilizada para facilitar la visualización de la forma que puede tener una superficie de respuesta tridimensional consiste en representar la gráfica de contornos de la superficie, en la que se trazan las denominadas líneas de contorno, que son curvas correspondientes a valores constantes de la respuesta sobre el plano  $X_1X_2$  (plano cuyos ejes coordenados vienen dados por los niveles  $X_1$  y  $X_2$  de

los factores). La línea de contorno se puede definir geométricamente como una proyección sobre el plano  $X_1X_2$  de una sección de la superficie de respuesta intersectada por un plano paralelo al  $X_1X_2$ . La gráfica de contornos resulta útil para estudiar los niveles de los factores en los que se da un cambio en la forma o altura de la superficie de respuesta.

Para planificar una experimentación que nos permitirá realizar un estudio para establecer el efecto de los factores sobre la variable de respuesta se debe tener en cuenta los factores que usados en el experimento y los rangos de valores de cada factor que se consideran, también es importante para no generar altos costos en la experimentación trabajar los niveles de los factores en una región correspondiente al espacio completo de los factores de influencia o región operativa, que en otras palabras es generar una región experimental contenida en la región general.

#### **4.3.1 Superficies de respuesta polinómica. Modelos de primer y segundo orden**

El objetivo de la MSR es establecer experimentalmente una aproximación apropiada de la función que determina la relación entre los factores y la variable de respuesta. Para esto se propone un modelo de ecuación, que en general es polinómico, para los  $k$  factores  $x_1, x_2, \dots, x_k$  y se selecciona un conjunto de tratamientos sobre los que se van a realizar las observaciones experimentales, que se utilizarán tanto para obtener estimaciones de los coeficientes en el modelo propuesto (en este estudio se empleó el método de mínimos cuadrados) como para obtener una estimación de la variación del error experimental (para lo que es necesario tener al menos 2 observaciones por cada tratamiento). Se realizan, entonces, contrastes sobre las estimaciones de los parámetros y sobre el ajuste del modelo y si el modelo se considera adecuado, puede utilizarse como función de aproximación. En tal caso, el estudio de la superficie de respuesta se hace en términos de la superficie

ajustada, pues su análisis será aproximadamente equivalente al del sistema real. Los polinomios usados más frecuentemente como funciones de aproximación son los de órdenes uno y dos, que nos proporcionan, respectivamente los siguientes modelos:

$$\text{Modelo de primer orden} \equiv Y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i * x_i + \varepsilon \quad \text{Ecuación 8}$$

$$\text{Modelo de segundo orden} \equiv Y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i * x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} * x_i^2 + \sum_{i < j} \beta_{ij} * x_i * x_j + \varepsilon$$

$$\text{Ecuación 9}$$

#### 4.3.2 Utilización de variables codificadas

Es una práctica común la codificación de los valores reales de los niveles de los factores para la construcción de modelos de superficie de respuesta, en esta, las distancias medidas sobre los ejes de las variables codificadas en el espacio k-dimensional se convierten en estándar, facilitando los cálculos que deben realizarse para obtener el modelo de aproximación e incrementa el ajuste en la estimación de los coeficientes (Melcón & Barcia, 2004).

Para codificar los valores de los factores se emplea la Ecuación 10.

$$xi = \frac{x_i - \left( \frac{x_{iNInf} + x_{iNSup}}{2} \right)}{x_{iNSup} - x_{iNInf}} = \frac{x_i - (\tilde{x}_i)}{x_{iNSup} - x_{iNInf}} \quad i = 1, 2, \dots, k \quad \text{Ecuación 10}$$

Donde  $x_{iNInf}$   $\equiv$  valor del nivel más bajo del factor i,  $x_{iNSup}$   $\equiv$  valor del nivel más alto del factor i y  $\tilde{X} = \left( \frac{x_{iNInf} + x_{iNSup}}{2} \right)$  es la media entre los valores más alto y más bajo del nivel  $i = 1, \dots, n$ . La fórmula anterior verifica que  $\sum_{i=1}^k x_i = 0$  y transforma las medias  $\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_2$  en el punto  $(x_1, \dots, x_k) = (0, \dots, 0)$  al que se denomina centro del diseño.

Los modelos matemáticos empleados para la codificación dan lugar a transformaciones biyectivas entre variables reales y codificadas, de manera que cualquier ecuación polinómica en los valores de  $x_i$  se puede expresar equivalentemente como una ecuación polinómica del mismo grado en los valores de  $x_i$ . Por tanto, en este estudio se trabajó con las variables codificadas, pues las conclusiones que se obtengan sobre éstas pueden extrapolarse a las variables reales.

#### 4.3.3 Modelos de primer orden

Si no se dispone de información suficiente a cerca de la forma que presenta la superficie de respuesta, el primer intento de ajuste se hace, aproximando a través de un modelo de primer orden (Melcón & Barcia, 2004).

El modelo de primer orden tiene la forma general con k factores,  $x_1, x_2, \dots, x_k$ , es:

$$Y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i * x_i + \varepsilon$$

Ecuación 11

Donde:

$Y$  = Variable de respuesta.

$\beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i * x_i$  = Parámetros desconocidos.

$\varepsilon$  = Error aleatorio.

También, de forma equivalente, a través de su expresión matricial:

$$Y = x * \beta + \varepsilon$$

Ecuación 12

Donde la matriz X puede escribirse alternativamente como  $X = [1: D]$ , con D la matriz de combinaciones de niveles de los factores, denominada matriz de diseño.

Si la matriz X es de rango completo, entonces el estimador de  $\beta$  obtenido por el método de mínimos cuadrados es  $b = (X'X)^{-1} * X'Y$  (que es, de hecho, el mejor estimador lineal insesgado de  $\beta$ ) y la matriz de varianzas-covarianzas de b viene dada por  $\text{Var}(b) = (X'X)^{-1} * \sigma^2$ . El modelo de primer orden ajustado es, entonces:

$$\hat{Y} = b_0 + \sum_{i=1}^k b_i * x_i$$

Ecuación 13

Si está bien ajustado el modelo, la parte no aleatoria de este representa la respuesta real esperada y  $\varepsilon$  es el error experimental. Sin embargo, si no está ajustado a la función respuesta real, lo que ocurre cuando la relación entre la respuesta y los factores está demasiado simplificada,  $\varepsilon$  contiene, además del error experimental, una parte de error no aleatorio que se debe a la falta de ajuste.

#### 4.3.4 Modelo de segundo orden

Cuando se presenta curvatura en la superficie de respuesta, el modelo de primer orden no es una aproximación adecuada y es necesario utilizar un modelo que ajuste mejor. Se emplea entonces un modelo de segundo orden.

La forma general de un modelo de segundo orden con k factores  $x_1, x_2, \dots, x_k$  es:

$$Y = \beta_o + \sum_{i=1}^k \beta_i * x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} * x_i^2 + \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{\substack{j=2 \\ j>1}}^k \beta_{ij} * x_i * x_j + \varepsilon$$

Ecuación 14

Donde:

Y = Variable de respuesta

$\beta_o + \sum_{i=1}^k \beta_i * x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} * x_i^2 + \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{\substack{j=2 \\ j>1}}^k \beta_{ij} * x_i * x_j$  = Parámetros desconocidos.

$\varepsilon$  = Error aleatorio.

Igualmente como se hizo para los modelos de primer orden se obtiene que el modelo ajustado de segundo orden y se presenta como la

$$\hat{Y} = b_o + \sum_{i=1}^k \beta_i * x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} * x_i^2 + \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{\substack{j=2 \\ j>1}}^k \beta_{ij} * x_i * x_j$$

Ecuación 15

#### 4.4 ESTADÍSTICOS DE PRUEBA

Anderson Darling (AD), es una prueba estadística de valor crítico  $A^2$  que tiene la forma funcional:

$$A^2 = \sum_{i=1}^n \frac{1-2i}{n} \{ \ln(F_0[Z_{(i)}]) + \ln(1 - F_0[Z_{(n+1-i)}]) \} - n$$

Ecuación 16



Dónde  $F_0$  es la distribución asumida con parámetros  $\mu$  y  $\sigma$  y  $Z(i)$ , valor de la muestra normalizada ordenada  $i$ -ésimo. El estadístico de prueba  $A^2$  se compara entonces con los valores críticos de la distribución teórica (asumida) para determinar el p-valor. La hipótesis nula se rechaza si el p-valor, es menor que el nivel  $\alpha$  (en este documento  $\alpha = 0,05$ ) (Kristian, 1988).

## 5. METODOLOGÍA

La investigación abarcó un procedimiento en el cual se analizaron las respuestas estructurales máximas como son los esfuerzos de compresión, tensión, von Mises, cortantes y deflexiones, bajo tres enfoques como son la modelación computacional, modelos estadístico de correlación y medición directa sobre un modelo experimental a escala de un cascaron tipo como el estudiado.

El proceso inició con la modelación computacional del cascarón empleando el software SAP 2000 V14, con el cual se combinaron los factores geométricos y mecánicos con sus respectivos niveles, para obtener los valores máximos correspondiente a esfuerzos de compresión (COM), tensión (TEN), cortante (CORT) y von Mises (VM) y las deflexiones (DEF) tal como se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1. Factores con sus respectivos niveles

LUZ [m]			ALTURA [m]			ESPESOR [m]			f'c [MPa]		
6	15	20	0.5	1.0	2.0	0.05	0.08	0.10	21	56	84

De acuerdo con las respuestas estructurales halladas en la modelación computacional, se realizó el tratamiento estadístico desarrollando los modelos de correlación, para estimar las respuestas de COMP, TEN, CORT, VM y DEF. Finalmente la validación de las ecuaciones de correlación, las cuales corresponden al objeto de esta investigación, se realizó con un cascarón construido a escala natural apelando solamente a la respuesta de deflexión debido a la facilidad de registrar esta medida en campo, empleando deformímetros en puntos donde se presentan los valores máximos según la modelación computacional. La metodología se ilustra en la Figura 12.

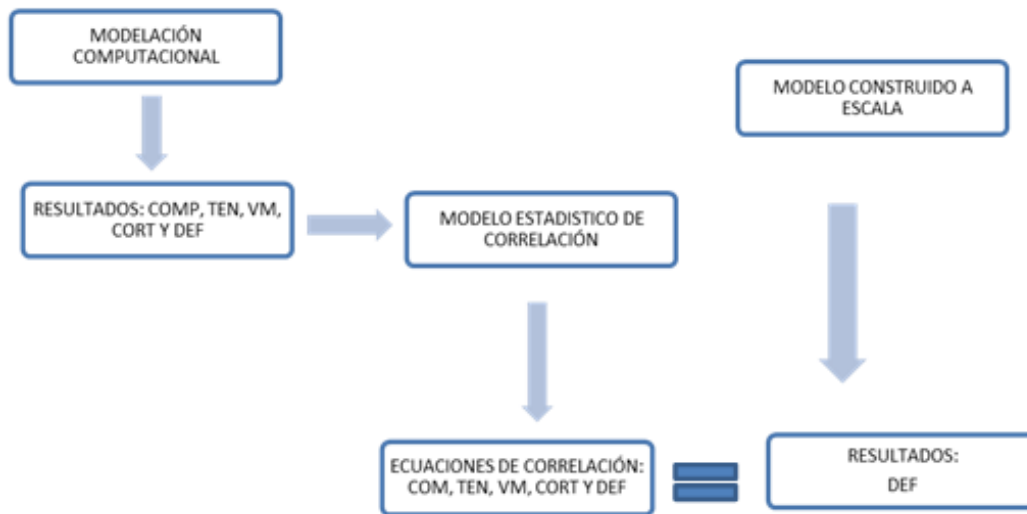


Figura 12: Esquema de la metodología de la investigación. Fuente: Elaborada por el autor

## 5.1 METODOLOGÍA DE LA MODELACIÓN COMPUTACIONAL

El cascarón de concreto se modeló en el software SAP 2000 V14 y se realizó un análisis estático lineal, teniendo en cuenta parámetros geométricos como la Luz (L), altura (H) y espesor (T) y propiedades mecánicas de los materiales como la resistencia a la compresión del concreto ( $f'_c$ ), módulo de elasticidad (E) y relación de Poisson ( $\mu$ ). La ecuación para la formación de la generatriz corresponde a una parábola que abre hacia abajo cuya ecuación es  $x^2 = -4Py$ .

El método de análisis que se empleó para calcular los esfuerzos y deflexiones es el de elementos finitos, para el cual se hizo necesario subdividir el modelo del cascarón a través de una cuadrícula con elementos de 0.20 x 0.20 m, sobre los que se aplica una carga viva distribuida superficial de 2450 N/m<sup>2</sup>, según NSR-10, que corresponde a la carga viva típica para una cubierta. Se colocó un apoyo articulado en los bordes simulando la condición real a la que estará construida, estos solo impiden los desplazamientos permitiendo la rotación. Un ejemplo de esta modelación se muestra en la Figura 13.

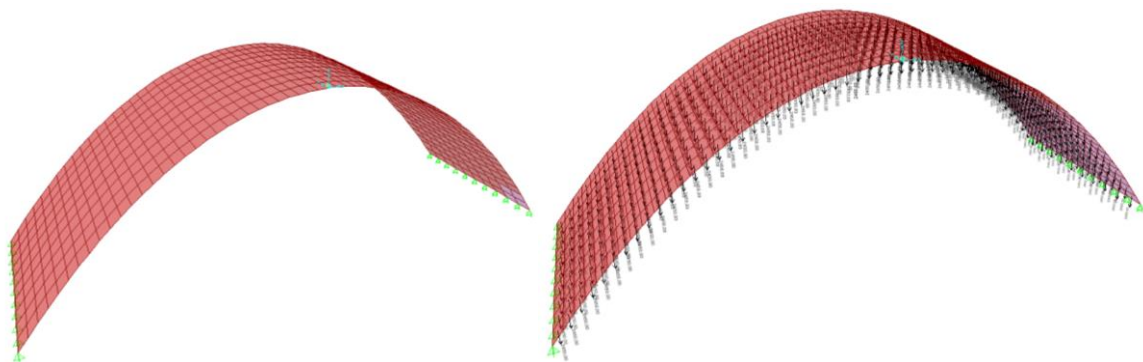


Figura 13. Modelo del cascarón en SAP 2000 V14 con apoyo articulado y dirección de la carga viva.

En la Tabla 2 se presentó la información necesaria para definir el material con el que se modeló el cascarón. Para este estudio se contemplaron tres resistencias: 21 MPa, 56 MPa y 84 MPa., lo anterior teniendo en cuenta que a futuro se alcanzaran concretos con estas especificaciones que logren espesores de cascaras menores. Para ejemplificar el proceso de modelación se eligió la resistencia a la compresión de 21 MPa.

Tabla 2. Definición de materiales. Concreto de  $f'_c$  de 21 MPa

Tipo de material	Concreto
Masa por unidad de volumen	2400 kgf/m <sup>3</sup>
Módulo de elasticidad (E)	17872 MPa
Relación de Poisson ( $\mu$ )	0.2
Módulo de rigidez al corte (G)	7447 MPa
Resistencia a la compresión ( $f'_c$ )	21 MPa
Sección tipo	Shell thin. No fisurada

El tipo de sección modelada para el cascarón es del tipo *Shell-thin* (lámina delgada), el cual presenta un comportamiento de cascarón en donde se generan esfuerzos axiales, cortante y flexión. La definición del elemento tipo área implica la asignación de espesor y material constructivo, dichos valores se presentan en la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia..** A modo de ejemplo se escoge 0.05 m de espesor.

El tipo de asignación de área *Shell-thin* es la que mejor se ajusta al análisis de cascarones, debido a que tiene los 8 grados de libertad tal como se exhibe en la Figura 14. Los elementos *Plate* solo admiten esfuerzos normales al plano (flexión y cortes) y el tipo *Membrana* solo cargas axiales (tracciones y compresiones).

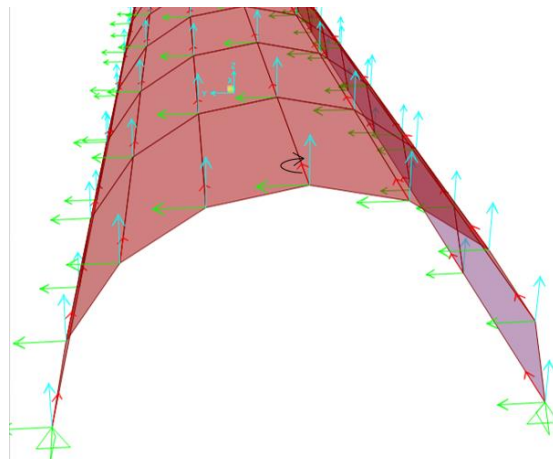


Figura 14. Fuerzas sobre elemento tipo Shell. Flechas rojas cargas axiales (S11), flechas verdes y azules cortantes (S12) y (S13) y momento de flexión. Fuente: Del autor.

Tabla 3: Asignación de elementos tipo Shell

Sección tipo	Shell-thin
Concreto	21 MPa

Espesor	0.05 m
---------	--------

Los factores de mayoración de carga son las establecidas por el Reglamento de Construcción Sismo Resistentes (NSR-10) para uso en cubiertas de concreto. Estos factores corresponden solo a cargas gravitacionales, no se tuvieron en cuenta los de cargas dinámicas debido a que el sitio de estudio corresponde a una zona de amenaza sísmica baja en donde la ocurrencia de eventos accidentales por carga lateral es mínima. Es de interés para este estudio determinar los esfuerzos y deflexiones máximas que se pueden presentar, por esta razón los cálculos se basarán en la combinación 1.2D + 1.6L. Ver Tabla 4.

Tabla 4. Factores de mayoración de cargas

Combinación	Valor
1	1.4D
2	1.2D+1.6L

Las combinaciones de factores generadas se organizan tal y como se muestra en la Tabla 5. Se puede observar para el ejemplo la combinación consistente en una luz de 4 m,  $f'_c$  de 21 MPa, espesor de 0.05 m y alturas de 0.5 m, 1 m y 2 m, las respuestas de los esfuerzos de COMP, TEN, VM y CORT se reportan en kPa y la deflexión en m. Es importante anotar que las respuestas para los esfuerzos obtenidas en la modelación computacional están en MPa, pero para el estudio estadístico se empleó la unidad de esfuerzo como kPa, debido a que se requirió ajustar los datos a través de una transformación, para cumplir con los supuestos de normalidad. En la Tabla 5 se presentan los resultados de los esfuerzos y deflexiones para el ejemplo tratado. Esta información corresponde a la muestra empleada en el tratamiento estadístico.

Tabla 5. Ejemplo de modelo de recolección de respuestas estructurales a partir del software SAP2000 v14 para L de 6 m,  $f'_c$  de 21 MPa y T de 0.05 m

<b>ALTURA</b> <b>[m]</b>	<b>COMP</b> <b>[kPa]</b>	<b>TEN</b> <b>[kPa]</b>	<b>VM</b> <b>[kPa]</b>	<b>CORT</b> <b>[kPa]</b>	<b>DEF [m]</b>
0.5	-757.3	16.80	754.5	121.6	-0.000142
1.0	-695.5	125.5	694.4	106.0	-0.000169
2.0	-5141	4722	4971	1203	-0.005919

El modelo obtenido en el software SAP2000V14 fue similar al que se presenta en la Figura 13. Se observa la geometría parabólica en su generatriz, el enmallado de la superficie y el apoyo articulado en sus extremos.

Los resultados obtenidos en el modelo permitirán generar ecuaciones de correlación con el objetivo de calcular de manera analítica los esfuerzos de COMP, TEN, CORT y VM y las DEF. Los resultados del modelo generado en la fase computacional se validará con un modelo experimental a escala natural pero solo se hará con la respuesta de deflexión debido a que se puede medir directamente en campo.

## 5.2 MODELO ESTADÍSTICO DE CORRELACIÓN

Para abordar la investigación se consideró el hecho de un tratamiento a través de una MSR, ya que de esta manera se permite observar el comportamiento de un contorno y la aplicación que estas tiene en la concepción de valores máximos y mínimos. Este análisis fue soportado por un análisis factorial de los efectos de las variables geométricas y mecánicas y la generación de un modelo de correlación de

la superficie validado a través de un análisis de varianza ANOVA, con la asistencia del paquete estadístico STATGRAPHICS CENTURIÓN V16.0.<sup>4</sup>

**5.2.1 Tratamiento de datos:** Este análisis estadístico abarca una descripción de los datos, pruebas de normalidad y transformación de variables. Estas pruebas se desarrollaron empleando la herramienta computacional Minitab 15<sup>5</sup>, el cual es un software que brinda un soporte para la interpretación de datos y suministra una interfaz gráfica en el que presenta un esquema de resultados adecuados.

**5.2.2 Metodología de Superficie de Respuesta (MSR) para los esfuerzos de compresión, tensión, cortante y von Mises.** Se empleó un diseño factorial de tres niveles:  $3^3$  con el cual se estudiaron los efectos para 3 factores: L, H y T, en 27 corridas. El diseño fue ejecutado en un solo bloque, en donde el orden de los experimentos se realizó completamente aleatorizado. Este diseño fue utilizado para observar el efecto y la interacción entre estos factores y la incidencia en las variables de diseño estructural COMP, TEN, VM, CORT como variables de respuesta. Posteriormente se analizó para un solo diseño los factores (L, H, T y  $f'c$ ) en la deflexión como variable de respuesta. Cabe resaltar que este último diseño contó con el factor de la resistencia a la compresión ( $f'c$ ) debido a que como se evidenciará más adelante influye en el estudio de la deflexión, lo que no ocurrió con los esfuerzos de COMP, TEN, CORT y VM donde su efecto era nulo.

En la Tabla 6 se muestra el diseño básico empleado para el análisis del tratamiento de las variables de interés, el número de factores implicados, el número de

---

<sup>4</sup> STATGRAPHICS CENTURION. Stat Point Technologies, Inc. Versión 16.0. Warrenton, Virginia. USA

<sup>5</sup> MINITAB. Minitab Inc. Versión 16.1.0 USA.



respuestas esperadas, el número total de corridas obtenidas a partir del diseño y si las corridas están aleatorizadas con la finalidad de proteger el experimento contra el efecto de variables ocultas.

Tabla 6. Base del diseño experimental

DESCRIPCIÓN	VALORES
Factores experimentales	3
Bloques	1
Respuestas	4
Corridas	27
Aleatorizar	Si

Para el estudio estadístico, se empleó la unidad de esfuerzo como kPa, debido a que se requirió ajustar los datos a través de una transformación para cumplir con los supuestos de normalidad, tal como se muestran en la Tabla 7. Se utilizó el diseño de experimento factorial con bloque aleatorizado para minimizar efectos de variabilidad en los tratamientos.

Tabla 7. Unidades empleadas en el análisis estadístico

DESCRIPCIÓN	SÍMBOLO	UNIDAD
Luz	L	m
Altura	H	m
Espesor	T	m
Compresión	COMP	kPa
Tensión	TEN	kPa
Cortante	CORT	kPa

von Mises	VM	kPa
Resistencia a la compresión del concreto	f'c	kPa

Los factores de diseño, la codificación, nomenclatura y simbología empleada para facilitar el análisis, se detallan en la Tabla 8.

Tabla 8. Factores del diseño de experimentos codificación

Factores	Símbolo	Niveles			Unidades	Continuo
		Bajo	Medio	Alto		
Luz	L	-1.0	0	1.0	m	Si
Altura	H	-1.0	0	1.0	m	Si
Espesor	T	-1.0	0	1.0	m	Si

Las unidades en que se encuentran cada una de las variables para cada caso en particular, factores y respuestas del diseño de experimento, se muestran en la Tabla 9.

Tabla 9. Respuestas del diseño de experimento

RESPUESTA	SÍMBOLO	UNIDAD
Compresión	COMP	kPa
Tensión	TEN	kPa
Cortante	CORT	kPa
von Mises	VM	kPa

En la Tabla 10, se muestra la matriz experimental y el orden en que se realizaron las corridas experimentales para cada tratamiento, indicando el nivel de cada uno de los factores implicados así como también su posición.

Tabla 10. Matriz del diseño factorial completo  $3^3$

Orden	Bloque	L	H	E
1	1	-1	0	-1
2	1	-1	-1	-1
3	1	1	0	0
4	1	1	1	0
5	1	1	-1	0
6	1	1	0	1
7	1	0	0	1
8	1	-1	-1	0
9	1	1	0	-1
10	1	0	1	-1
11	1	0	-1	1
12	1	-1	0	0
13	1	0	1	0
14	1	-1	1	0
15	1	-1	0	1
16	1	-1	1	1

Orden	Bloque	L	H	E
17	1	-1	-1	1
18	1	0	-1	-1
19	1	0	-1	0
20	1	0	1	1
21	1	1	-1	-1
22	1	1	-1	1
23	1	0	0	0
24	1	1	1	1
25	1	-1	1	-1
26	1	0	0	-1
27	1	1	1	-1

En la Tabla 11, se detallan los valores numéricos empleados en el desarrollado del experimento de acuerdo a la codificación establecida en la matriz experimental.

Tabla 11. Factores del diseño de experimentos

Factores	Símbolo	Niveles			Unidades	Continuo
		Bajo	Medio	Alto		
Luz	L	6	15	20	m	Si
Altura	H	0.5	1	2	m	Si
Espesor	T	0.05	0.08	0.1	m	Si

En la Tabla 12 se muestra la matriz experimental, donde se presentan los valores obtenidos de la modelación computacional empleando el SAP2000 V14, los cuales corresponden a la población del tratamiento estadístico.

Las deflexiones se tratarán por separado, debido a que se tiene en cuenta para su cálculo la resistencia a la compresión del concreto.

Tabla 12. Matriz experimental ampliada con datos obtenidos de la modelación en SAP 2000 v14

<b>CLASE DE DISEÑO: SUPERFICIE DE RESPUESTA</b>							
<b>Nombre del Diseño: Factorial de 3 niveles: 3<sup>3</sup></b>							
<b>Factores</b>				<b>Respuestas</b>			
<b>Bloque</b>	<b>L</b>	<b>H</b>	<b>T</b>	<b>COMP [kPa]</b>	<b>TEN [kPa]</b>	<b>VM [kPa]</b>	<b>CORT [kPa]</b>
1	-1	0	-1	-1012.9	72.77	1010.8	150.3
1	-1	-1	-1	-1416.8	23.41	1400.8	222.9
1	1	0	0	-5150.4	42.99	4935.5	784.0
1	1	1	0	-2832.5	44.70	2831.2	469.8
1	1	-1	0	-10104.5	56.17	9671.3	1532.4
1	1	0	1	-4493.8	32.61	4301.8	683.0
1	0	0	1	-2528.7	26.29	2518.1	355.3
1	-1	-1	0	-993.5	15.46	982.2	158.6
1	1	0	-1	-7118.5	84.14	6838.7	1091.9
1	0	1	-1	-3573.3	202.3	3566.8	456.8
1	0	-1	1	-4809.2	40.47	4785.2	678.9
1	-1	0	0	-623.0	27.96	620.1	101.82
1	0	1	0	-2060.8	73.30	2058.8	288.3
1	-1	1	0	-909.8	373.7	907.5	112.8
1	-1	0	1	-529.8	18.41	526.9	86.34
1	-1	1	1	-683.8	224.5	682.5	91.18
1	-1	-1	1	-857.7	13.07	848.2	138.1
1	0	-1	-1	-7895.8	112.0	7861.9	1112.9

CLASE DE DISEÑO: SUPERFICIE DE RESPUESTA							
Nombre del Diseño: Factorial de 3 niveles: 3 <sup>3</sup>							
Factores				Respuestas			
Bloque	L	H	T	COMP [kPa]	TEN [kPa]	VM [kPa]	CORT [kPa]
1	0	-1	0	-5563.7	55.42	5536.4	783.3
1	0	1	1	-1649.9	48.34	1648.8	237.6
1	1	-1	-1	-13986.8	103.59	13423.01	2107.5
1	1	-1	1	-8802.2	43.15	8437.4	1341.4
1	0	0	0	-2935.4	37.53	2924.5	414.3
1	1	1	1	-2407.1	30.42	2384.1	399.2
1	-1	1	-1	-1778.8	986.6	1772.1	183.1
1	0	0	-1	-4216.	89.69	4206.4	603.0
1	1	1	-1	-4550.6	117.87	4546.5	696.5

**5.2.3 Metodología de superficie de respuesta (MSR) para la deflexión.** Se empleó un diseño factorial de tres niveles: 3<sup>4</sup> con el cual se estudiaron los efectos para 4 factores: L, H, f'c y T, en 81 corridas. Este diseño fue utilizado para observar el efecto y la interacción entre estos factores y la incidencia en las variables de diseño estructural DEF como variable de respuesta.

En la Tabla 13 se muestra el diseño básico empleado para el análisis del tratamiento de las variables de interés, el número de factores implicados, la respuesta esperada, el número total de corridas obtenidas a partir del diseño y si las corridas están aleatorizadas con la finalidad de proteger el experimento contra el efecto de variables ocultas.

Tabla 13. Base del diseño experimental

DESCRIPCIÓN	VALORES
Factores experimentales	4

DESCRIPCIÓN	VALORES
Bloques	1
Respuestas	1
Corridas	81
Aleatorizar	Si

En la Tabla 14 se presentan las unidades empleadas en el diseño experimental. Para este estudio estadístico se empleó la unidad de esfuerzo como kPa, debido a que se requirió ajustar los datos a través de una transformación para cumplir con los supuestos de normalidad.

Tabla 14. Unidades empleadas en el análisis estadístico

DESCRIPCIÓN	SÍMBOLO	UNIDAD
Luz	L	mm
Altura	H	mm
Espesor	T	mm
Deflexión	DEF	mm
Resistencia a la compresión del concreto	f'c	kPa

En la Tabla 15 se detallan los factores de diseño, la codificación, nomenclatura y simbología empleada para facilitar el análisis, las unidades en que se encuentran cada una de las variables para cada caso en particular, factores y respuestas del diseño de experimento.

Tabla 15. Factores del diseño de experimentos codificados

FACTORES	SÍMBOLO	NIVELES			UNIDADES	CONTINUO
		Bajo [-1]	Medio [0]	Alto [1]		
Luz	L	4000	15000	20000	mm	sí
Altura	H	500	1000	2000	mm	sí
f'c	f'c	21	56	84	MPa	sí
Espesor	T	50	80	100	mm	sí

En la Tabla 16 se detallan los valores numéricos seleccionados para desarrollar el experimento de acuerdo a la codificación establecida en la matriz experimental.

Tabla 16. Respuesta del diseño de experimento

Respuesta	Símbolo	Unidades
Deflexión	DEF	mm

En la Tabla 17 se muestran la matriz ampliada de los resultados obtenidos a partir de la modelación en SAP2000 V14, para la repuesta de interés a nivel de construcción estructural del cascarón.

Tabla 17. Matriz ampliada deflexión

DISEÑO FACTORIAL					
<i>Ord</i>	<i>Factores</i>				<i>Respuesta</i>
Orden	L	H	f'c	T	(DEF) <sup>0.2</sup>
1	-1	-1	-1	-1	-0.170



DISEÑO FACTORIAL					
<i>Ord</i>	<i>Factores</i>				<i>Respuesta</i>
<b>Orden</b>	L	H	f'c	T	(DEF) <sup>0.2</sup>
2	0	-1	-1	-1	-0.490
3	1	-1	-1	-1	-0.621
4	-1	0	-1	-1	-0.176
5	0	0	-1	-1	-0.366
6	1	0	-1	-1	-0.454
7	-1	1	-1	-1	-0.359
8	0	1	-1	-1	-0.387
9	1	1	-1	-1	-0.436
10	-1	-1	0	-1	-0.161
11	0	-1	0	-1	-0.462
12	1	-1	0	-1	-0.583
13	-1	0	0	-1	-0.144
14	0	0	0	-1	-0.341
15	1	0	0	-1	-0.437
16	-1	1	0	-1	-0.280
17	0	1	0	-1	-0.311
18	1	1	0	-1	-0.358
19	-1	-1	1	-1	-0.159
21	0	-1	1	-1	-0.450
22	1	-1	1	-1	-0.567
23	-1	0	1	-1	-0.134
24	0	0	1	-1	-0.336
25	1	0	1	-1	-0.428
26	-1	1	1	-1	-0.250
27	0	1	1	-1	-0.285
28	1	1	1	-1	-0.333

DISEÑO FACTORIAL					
<i>Ord</i>	<i>Factores</i>				<i>Respuesta</i>
<b>Orden</b>	L	H	f'c	T	(DEF) <sup>0.2</sup>
29	-1	-1	-1	0	-0.154
30	0	-1	-1	0	-0.444
31	1	-1	-1	0	-0.563
32	-1	0	-1	0	-0.160
33	0	0	-1	0	-0.332
34	1	0	-1	0	-0.412
35	-1	1	-1	0	-0.325
36	0	1	-1	0	-0.350
37	1	1	-1	0	-0.395
38	-1	-1	0	0	-0.146
39	0	-1	0	0	-0.418
40	1	-1	0	0	-0.528
41	-1	0	0	0	-0.131
42	0	0	0	0	-0.309
43	1	0	0	0	-0.396
44	-1	1	0	0	-0.253
45	0	1	0	0	-0.282
46	1	1	0	0	-0.324
47	-1	-1	1	0	-0.144
48	0	-1	1	0	-0.408
49	1	-1	1	0	-0.514
50	-1	0	1	0	-0.122
51	0	0	1	0	-0.305
52	1	0	1	0	-0.388
53	-1	1	1	0	-0.226
54	0	1	1	0	-0.258

DISEÑO FACTORIAL					
<i>Ord</i>	<i>Factores</i>				<i>Respuesta</i>
<b>Orden</b>	L	H	f'c	T	(DEF) <sup>0.2</sup>
55	1	1	1	0	-0.302
56	-1	-1	-1	1	-0.148
57	0	-1	-1	1	-0.426
58	1	-1	-1	1	-0.540
59	-1	0	-1	1	-0.153
60	0	0	-1	1	-0.318
61	1	0	-1	1	-0.396
62	-1	1	-1	1	-0.312
63	0	1	-1	1	-0.337
64	1	1	-1	1	-0.379
65	-1	-1	0	1	-0.141
66	0	-1	0	1	-0.402
67	1	-1	0	1	-0.507
68	-1	0	0	1	-0.125
69	0	0	0	1	-0.297
70	1	0	0	1	-0.380
71	-1	1	0	1	-0.243
72	0	1	0	1	-0.271
73	1	1	0	1	-0.311
74	-1	-1	1	1	-0.138
75	0	-1	1	1	-0.391
76	1	-1	1	1	-0.494
77	-1	0	1	1	-0.117
78	0	0	1	1	-0.293
79	1	0	1	1	-0.372
80	-1	1	1	1	-0.217

DISEÑO FACTORIAL					
<i>Ord</i>	<i>Factores</i>				<i>Respuesta</i>
Orden	L	H	f'c	T	(DEF) <sup>0.2</sup>
81	0	1	1	1	-0.248

### 5.3 METODOLOGÍA PARA LA CONSTRUCCIÓN DEL MODELO EXPERIMENTAL

**5.3.1 Modelo a escala piloto.** Como tercera fase se plantea la construcción del cascarón de concreto a escala natural. El refuerzo consiste en una malla electrosoldada conformada por varillas corrugadas de 9 mm de diámetro separadas cada 0,15 m. La geometría empleada corresponde a L de 4.07 m, H de 1.09 m, T de 0.055 m y una resistencia experimental a la compresión del concreto de 29.5 MPa.

Las cargas se aplicaron por metro cuadrado de acuerdo al patrón generado en la fase de la modelación computacional. Para generar similitud con el diseño computacional en lo relativo a la aplicación de cargas, se emplearon bolsas de granito de 400 N de peso sobre toda su superficie como se muestra en la Figura 15. Esta carga aplicada al modelo experimental es equivalente a la empleada en el modelo para la combinación 1.2D + 1.6L. Esta combinación fue la que mayor respuesta registró y con la cual se determinaron los modelos de correlación.

La respuesta estructural que se registró corresponde a la DEF máxima la cual se presentó a 1 m del apoyo, de acuerdo con los resultados obtenidos del SAP2000 V14.

**5.3.2 Materiales Empleados.** El concreto empleado para la construcción el cascarón se hizo siguiendo las recomendaciones de la NSR 10, donde se tiene muy en cuenta la dosificación, mezclado y colocación, además de los ensayos a las muestras extraídas.

Como primera medida se seleccionaron materiales de excelente calidad. El agregado grueso consistió en un granito de mármol gris claro extraído de canteras ubicadas en el municipio de Ciénaga, departamento del Magdalena. Este presenta una gran dureza y es ampliamente usado en la fabricación de concreto de alta resistencia y en la fabricación de baldosas de granito. Se tuvo el cuidado de trabajar con un material limpio y sólido tal como se muestra en la Figura 15.



Figura 15. Granito seleccionado para la fabricación de la mezcla de concreto

El cemento que se empleó para la mezcla fue Argos estructural y se escogió como agregado fino, arena amarilla proveniente del municipio de Santo Tomas, Atlántico. Se tuvo la precaución que tanto el agregado fino como el agregado grueso, estuvieran libres de impurezas.

Los materiales seleccionados para realizar la mezcla se dosificaron por peso, tal como se muestra en la Figura 16.



Figura 16. Báscula empleada para pesar los materiales

El proceso de mezclado se realizó en una hormigonera, teniendo precaución en el orden de ingreso de los materiales y en el tiempo de mezclado que garantizara una buena integración de los mismos, se consideró que el tiempo de mezclado óptimo fuera de 5 min. Ver Figura 17.



Figura 17. Mezcladora de concreto

**5.3.3 Ensayos.** Las buenas prácticas en la construcción de obras civiles exigen el control de calidad de los materiales. El ensayo de resistencia a la compresión se realiza sobre especímenes cilíndricos de concreto, tales como cilindros moldeados según lo determina la Norma técnica Colombiana (ICONTEC, 2010). En este estudio se emplearon moldes cilíndricos de 0.15 m de diámetro por 0.30 m de altura, tal como se presenta en la Figura 18.



Figura 18. Toma de muestras de concreto para ensayo de compresión

El proceso de curado se realizó en obra tal como se muestra en la Figura 19 y Figura 20. Consistió en la hidratación por inmersión de los cilindros extraídos de la mezcla de concreto. Este proceso es con el fin de mantener hidratado totalmente la muestra para garantizar su resistencia a la compresión especificada a los 28 días.



Figura 19. Curado de los cilindros de concreto por inmersión



Figura 20. Extracción de los cilindros de la piscina de curado para su posterior ensayo a compresión

Transcurridos los 28 días, se realizó la prueba de compresión según la exhibe la Figura 21. El resultado que se obtuvo fue de 29.5 MPa.





Figura 21. Montaje del ensayo a compresión del cilindro de concreto

**5.3.4 Detalle Constructivo.** El sistema constructivo para este tipo de estructuras es complejo. Buscar la forma adecuada de un encofrado para generar las formas geométricas requeridas no es tarea fácil. En este caso se emplearon 2 alternativas de construcción, el primero con la formaleta en posición vertical y la segunda con la formaleta en posición horizontal o posición de ensayo. Se debe tener en cuenta que la metodología de construcción seleccionada debe facilitar la producción masiva para construcciones de viviendas de interés social.

La primera alternativa, ver Figura 22, consiste en la formaleta vertical. Para este sistema se presentaron dos inconvenientes muy determinantes que permitieron desechar esta opción; la primera se generó al momento de realizar la compactación manual a la mezcla de concreto dentro de la formaleta, la cual generó segregación en los componentes haciendo que los materiales más pesados se depositaran al fondo. El segundo inconveniente se presentó al momento de trasladar el cascarón ya endurecido y ubicarlo en la posición de ensayo. Debido a la porosidad en el concreto generada por la segregación, se presentaron planos débiles de falla que permitieron la formación de fisuras.

En la Figura 22 se observa el proceso de vaciado del concreto dentro de la formaleta en posición vertical, en la Figura 23 el cascarón desencofrado en la posición de

ensayo y en la Figura 24 la aplicación de la carga. Debido a las fisuras que se presentaron en la superficie como consecuencia de la manipulación en el desencofrado y traslado se generaron planos frágiles, los cuales permitieron el fallo del cascarón con solo una parte cargada aplicada del total programado, ver Figura 25. Además de lo anterior, e influyendo en la falla frágil, se analiza que el tipo de apoyo empleado no era el adecuado, este permitía el desplazamiento horizontal ya que el coeficiente de fricción era vencida por la fuerza de empuje lateral en el apoyo.

Debido a este inconveniente se tuvo la necesidad de probar con otra alternativa de construcción en donde se evitara la manipulación del cascarón, minimizara el traslado, impidiera la segregación y generara un apoyo adecuado.



Figura 22: Fundida de cascarón en posición vertical



Figura 23. Cascarón fundido con formaleta en posición vertical



Figura 24. Aplicación de la carga en cascarón construido con formaleta en posición vertical



Figura 25. Falla frágil de cascarón

La segunda alternativa se construyó con la formaleta en posición horizontal. Este consistió en una lámina de acero soportada por listones de madera de tal forma que se lograra la geometría parabólica en su generatriz. Esta posición de la formaletería es la recomendada debido a que evita la manipulación del traslado, se sugiere usar algún producto desmoldante con el fin de reutilizarla (Ramirez De Alba, Camacho

Zepeda, & Valdes Medina, 2006). En la Figura 26, se muestra el montaje de la formaleta.

Para este procedimiento se tuvo en cuenta el vaciado de la mezcla en la formaleta, teniendo la precaución de evitar la segregación. La ventaja de esta práctica con respecto a la anterior es que el cascarón queda en la posición de ensayo sin sufrir por la manipulación en el traslado. Esta segunda opción fue la escogida para realizar el proceso constructivo del cascarón.



Figura 26. Vista de la formaleta que servirá de apoyo del cascarón

Según la NSR-10 el refuerzo de cáscara en cualquier dirección no debe exceder espaciamientos de 450 mm ni más de 5 veces el espesor de la cáscara, como se presenta en la Figura 27. Cuando el esfuerzo principal de tracción de membrana sobre el área total de concreto, debido a cargas mayoradas, excede de  $0.33 \cdot \Phi \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c}$ , el refuerzo debe espaciarse a más de 3 veces el espesor de la cáscara.

Donde:

$\Phi$  = Factor de reducción de resistencia a tracción.

$\lambda$  = Factor de modificación que tiene en cuenta las propiedades mecánicas reducidas del concreto de peso liviano, relativa a los concretos de peso normal de igual resistencia a la compresión.



Figura 27. Detalle del refuerzo del cascarón

Una de las condiciones necesarias para generar un comportamiento de membrana es un apoyo adecuado. Para lograr el apoyo deseado se emplearon ángulos en las esquinas, fijados con pernos anclados en el piso de concreto, logrando restricciones al movimiento y libertad en las rotaciones. En la Figura 28 se presenta la ubicación de dicho elemento en el proceso constructivo.





Figura 28. Detalle de la colocación del apoyo, simula articulación

El proceso de vaciado de concreto en la formaleta es una actividad que requiere de cuidado. Hay que evitar la segregación del material, lo cual es muy común en este tipo de trabajos con geometrías curvas. Para disminuir el efecto negativo mencionado se preparó un concreto con un asentamiento de 1 pulgada.

La Figura 29 muestra el cascarón fundido en concreto con la forma deseada, logrando espesor constante, buen vibrado y sin poros.



Figura 29. Apariencia del cascarón fundido

En el modelo computacional se presentaron máximas deflexiones a  $L/4$  razón por la cual se ubicó el deformímetro en ese punto. En la Figura 30 se muestra el cascarón desencofrado y con los deformímetros instalados; uno en  $L/4$  (1 m) y el otro a  $L/2$  (2 m).



Figura 30. Cascarón fundido. Muestra de la colocación de los deformímetros

El detalle del apoyo articulado se exhibe en la Figura 31 en donde se observa que para fijar el ángulo e impedir el desplazamiento horizontal se coloca pasadores anclados en el piso.



Figura 31. Detalle del apoyo una vez fundido el cascarón

En la Figura 32 se muestra la aplicación de la carga consistente en bolsas de granito sobre la superficie del cascarón, siguiendo el patrón aplicado en el modelo computacional SAP2000 V14. Las medidas de la deflexión se tomaron en lapsos entre 10 a 15 min garantizando que la lectura de los deformímetros se mantuviera uniforme.



Figura 32. Cargas distribuidas sobre la superficie del cascarón de concreto

**5.3.5 Esquema de Procedimiento de Carga en el Cascarón.** La Figura 33 presenta el procedimiento de carga. Se observa que estas fueron aplicadas desde los extremos hasta llegar al centro para lograr uniformidad y colocarlas lentamente sin dejarla caer con el fin de evitar vibraciones.



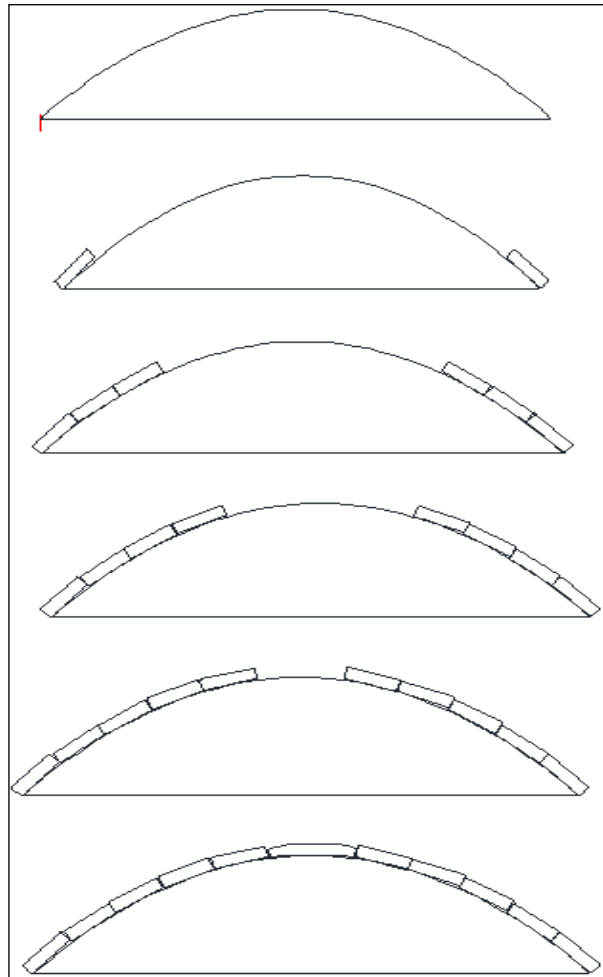


Figura 33. Secuencia de la aplicación de carga sobre el cascarón

#### **5.4 METODOLOGÍA PARA LA VALIDACIÓN DEL MODELO DE CORRELACIÓN PARA LA RESPUESTA DE DEFLEXIÓN**

Los modelos de correlación obtenidos mediante la metodología de superficie de respuesta, permiten estimar los esfuerzos máximos de TEN, COMP, CORT, VM y DEF para cascarones de forma de paraboloide cilíndrico. En esta etapa de comprobación se valida solo la respuesta de deflexión, debido a que fue la única que se midió en campo por la facilidad y precisión en la medida, además que la deflexión es un factor importante en el comportamiento a flexión, tan importante es que corresponde a un criterio inicial para calcular espesores en losas y predimensionamiento los elementos.

## 6. RESULTADOS

En este capítulo se presentan las respuestas de la modelación computacional, modelos estadísticos de correlación, modelo experimental a escala natural, validación de la respuesta de deflexión y cálculo del error de las respuestas.

### 6.1 RESULTADOS MODELACIÓN COMPUTACIONAL

Una vez realizada la modelación y análisis de cada combinación de cascarón, se procede a recopilar las respuestas estructurales máximas de esfuerzos de COMP, TEN, CORT y VM, esta información se registra en la

Tabla 18.

La información suministrada en la

Tabla 18 y

Tabla 19 corresponde a un resumen el cual se empleó en el análisis estadístico. Este se encuentra organizado por factores con sus respectivos niveles y en él se observa lo planteado en la metodología, para cada combinación de parámetros geométricos (espesor, altura y luz) se registran las respuestas estructurales máximas de esfuerzo de TEN, COMP, CORT y VM.

En la

Tabla 18, se muestran los resultados de los valores obtenidos a partir de la modelación en SAP2000 V14, para la repuesta de interés a nivel de construcción estructural del cascarón. Debe tenerse en cuenta que los resultados de los esfuerzos en la modelación computacional se obtuvieron en MPa y que por efectos del tratamiento estadísticos se convertirán a kPa.

Tabla 18. Resultados de la modelación SAP 2000 V14

<b>Espesor [m]</b>	<b>Altura [m]</b>	<b>Luz [m]</b>	<b>COMPRESIÓN [MPa]</b>	<b>TENSIÓN [MPa]</b>	<b>von Mises [MPa]</b>	<b>CORTANTE [MPa]</b>
0.05	0.5	6	-1.416	0.023	1.401	0.223
0.05	0.5	15	-7.895	0.111	7.862	1.112
0.05	0.5	20	-13.980	0.103	13.423	2.107
0.05	1.0	6	-1.012	0.072	1.011	0.150
0.05	1.0	15	-4.216	0.089	4.206	0.603
0.05	1.0	20	-7.118	0.084	6.839	1.092
0.05	2.0	6	-1.778	0.986	1.772	0.183
0.05	2.0	15	-3.573	0.202	3.567	0.457
0.05	2.0	20	-4.550	0.117	4.546	0.696
0.08	0.5	6	-0.993	0.015	0.982	0.158
0.08	0.5	15	-5.563	0.055	5.536	0.783
0.08	0.5	20	-10.104	0.056	9.671	1.532
0.08	1.0	6	-0.622	0.028	0.620	0.102
0.08	1.0	15	-2.935	0.037	2.924	0.414
0.08	1.0	20	-5.150	0.043	4.935	0.784
0.08	2.0	6	-0.909	0.374	0.907	0.113
0.08	2.0	15	-2.060	0.073	2.059	0.288
0.08	2.0	20	-2.832	0.045	2.831	0.470
0.1	0.5	6	-0.857	0.013	0.848	0.138

0.1	0.5	15	-4.809	0.040	4.785	0.679
0.1	0.5	20	-8.802	0.043	8.437	1.341
0.1	1.0	6	-0.529	0.018	0.527	0.086
0.1	1.0	15	-2.528	0.026	2.518	0.355
0.1	1.0	20	-4.493	0.032	4.302	0.683
0.1	2.0	6	-0.683	0.224	0.682	0.091
0.1	2.0	15	-1.649	0.048	1.649	0.238
0.1	2.0	20	-2.407	0.030	2.384	0.399

En la

Tabla 19 se presentan los resultados de las deflexiones para cada combinación de factores obtenidos de la modelación computacional empleando SAP 2000 V14.

Tabla 19. Respuesta de deflexión a partir de modelación en SAP 2000 v14

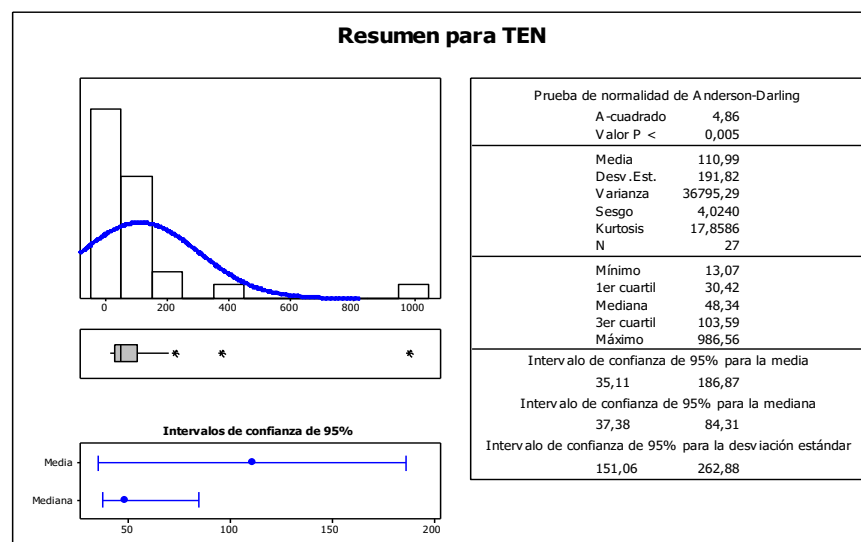
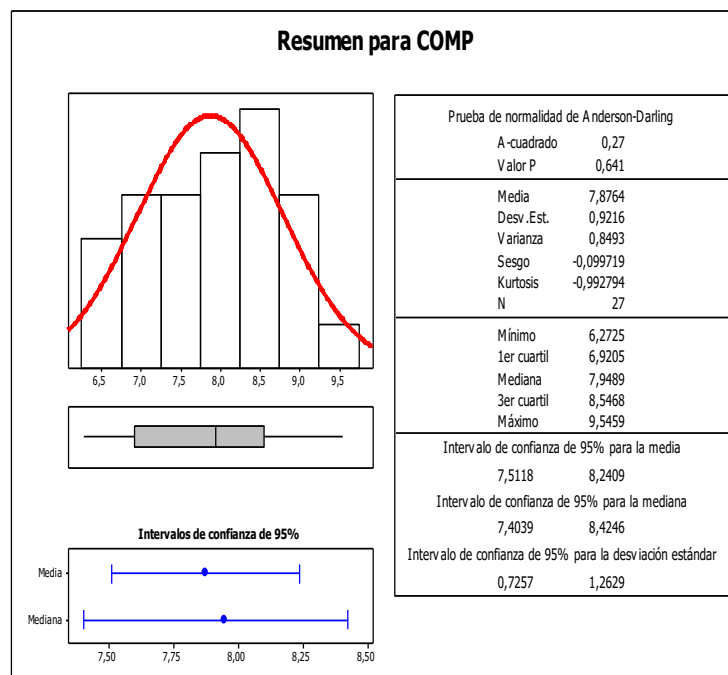
<b>L [m]</b>	<b>H [m]</b>	<b>f'c [MPa]</b>	<b>T [m]</b>	<b>DEF [mm]</b>
4	0.5	84	0.05	-0.07
4	1.0	84	0.05	-0.08
4	2.0	84	0.05	-2.96
4	0.5	84	0.08	-0.05
4	1.0	84	0.08	-0.03
4	2.0	84	0.08	-0.85
4	0.5	84	0.10	-0.05
4	1.0	84	0.10	-0.02
4	2.0	84	0.1	-0.48
4	0.5	56	0.05	-0.09
4	1.0	56	0.05	-0.10
4	2.0	56	0.05	-3.62
4	0.5	56	0.08	-0.07
4	1.0	56	0.08	-0.04
4	2.0	56	0.08	-1.05
4	0.5	56	0.10	-0.06
4	1.0	56	0.10	-0.03
4	2.0	56	0.10	-0.59

L [m]	H [m]	f'c [MPa]	T [m]	DEF [mm]
4	0.5	21	0.05	-0.14
4	1.0	21	0.05	-0.17
4	2.0	21	0.05	-5.92
4	0.5	21	0.08	-0.11
4	1.0	21	0.08	-0.06
4	2.0	21	0.08	-1.71
4	0.5	21	0.10	-0.10
4	1.0	21	0.10	-0.04
4	2.0	21	0.10	-0.97
15	0.5	84	0.05	-14.07
15	1.0	84	0.05	-3.28
15	2.0	84	0.05	-4.32
15	0.5	84	0.08	-10.48
15	1.0	84	0.08	-2.30
15	2.0	84	0.08	-1.45
15	0.5	84	0.1	-9.20
15	1.0	84	0.1	-2.15
15	2.0	84	0.1	-0.93
15	0.5	56	0.05	-17.23
15	1.0	56	0.05	-4.02
15	2.0	56	0.05	-5.29
15	0.5	56	0.08	-12.84
15	1.0	56	0.08	-2.82
15	2.0	56	0.08	-1.78
15	0.5	56	0.10	-11.26
15	1.0	56	0.10	-2.64
15	2.0	56	0.10	-1.14
15	0.5	21	0.05	-28.14
15	1.0	21	0.05	-6.56
15	2.0	21	0.05	-8.64
15	0.5	21	0.08	-20.97
15	1.0	21	0.08	-4.60
15	2.0	21	0.08	-2.90
15	0.5	21	0.10	-18.40
15	1.0	21	0.10	-4.31
15	2.0	21	0.10	-1.87
20	0.5	84	0.05	-46.10
20	1.0	84	0.05	-9.69
20	2.0	84	0.05	-7.86
20	0.5	84	0.08	-33.62

L [m]	H [m]	f'c [MPa]	T [m]	DEF [mm]
20	1.0	84	0.08	-7.94
20	2.0	84	0.08	-2.93
20	0.5	84	0.10	-29.35
20	1.0	84	0.10	-7.14
20	2.0	84	0.10	-2.04
20	0.5	56	0.05	-56.45
20	1.0	56	0.05	-11.87
20	2.0	56	0.05	-9.62
20	0.5	56	0.08	-41.17
20	1.0	56	0.08	-9.73
20	2.0	56	0.08	-3.59
20	0.5	56	0.10	-35.95
20	1.0	56	0.10	-8.75
20	2.0	56	0.10	-2.50
20	0.5	21	0.05	-92.19
20	1.0	21	0.05	-19.39
20	2.0	21	0.05	-15.71
20	0.5	21	0.08	-67.24
20	1.0	21	0.08	-15.89
20	2.0	21	0.08	-5.87
20	0.5	21	0.10	-58.70
20	1.0	21	0.10	-14.29
20	2.0	21	0.10	-4.08

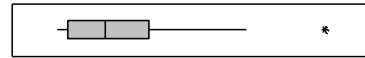
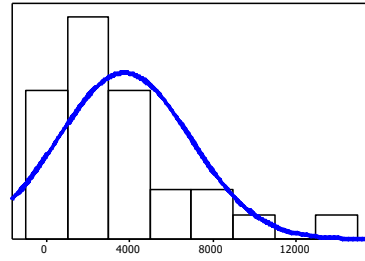
## 6.2 RESULTADOS DEL MODELO ESTADÍSTICO DE CORRELACIÓN

Se presenta un análisis estadístico exploratorio de las respuestas obtenidas de la modelación computacional. Se exhibe para cada caso la prueba de normalidad y el intervalo de confianza para la media, la mediana y la desviación estándar tal como se muestra en la Figura 34.





### Resumen para VM



#### Prueba de normalidad de Anderson-Darling

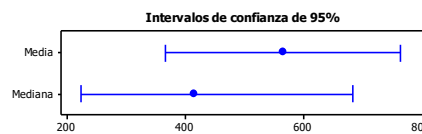
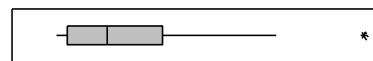
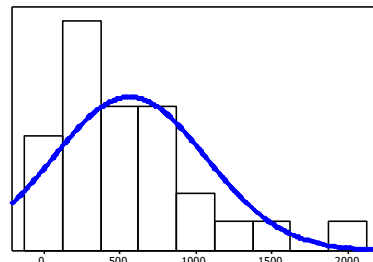
A-cuadrado 1,11  
Valor P 0,005

Media 3749,2  
Desv. Est. 3203,2  
Varianza 10260428,6  
Sesgo 1,39258  
Kurtosis 1,90701  
N 27

Mínimo 526,9  
1er cuartil 1010,7  
Mediana 2831,2  
3er cuartil 4935,5  
Máximo 13423,0

Intervalo de confianza de 95% para la media  
2482,0 5016,3  
Intervalo de confianza de 95% para la mediana  
1641,4 4553,6  
Intervalo de confianza de 95% para la desviación estándar  
2522,6 4389,8

### Resumen para CORT



#### Prueba de normalidad de Anderson-Darling

A-cuadrado 1,28  
Valor P < 0,005

Media 565,97  
Desv. Est. 503,48  
Varianza 253489,49  
Sesgo 1,48613  
Kurtosis 2,19498  
N 27

Mínimo 86,34  
1er cuartil 158,56  
Mediana 414,30  
3er cuartil 783,28  
Máximo 2107,53

Intervalo de confianza de 95% para la media  
366,80 765,14  
Intervalo de confianza de 95% para la mediana  
221,75 683,40  
Intervalo de confianza de 95% para la desviación estándar  
396,50 689,98

Figura 34. Análisis estadístico exploratorio de respuesta obtenidos para compresión (COMP), tensión (TEN), von Mises (VM), cortante (CORT), a partir de la modelación en SAP2000 V14

Al realizar el análisis exploratorio de los parámetros estadísticos para los valores de respuesta arrojados por la simulación en SAP2000 V14, se encontró que estos no se ajustan a una distribución normal; lo que no es adecuado con los criterios establecidos para la determinación de los modelos y dado que el método de mínimos cuadrados aplicados para la determinación de modelos de regresión múltiple requiere que la proveniencia de los datos sigan una distribución normal, por tal razón se realizó una transformación de variables (Montgomery, 2003), lo cual permitió trabajar adecuadamente con los datos arrojados por la modelación, cumpliendo de esta manera los supuestos de normalidad para la generación de los modelos de regresión y posteriores análisis estadísticos tal como se establece en textos de referencia de análisis estadístico (Navidi, 2008).

**6.2.1 Superficie de respuesta (MSR) para la variable compresión.** A continuación se muestra el reporte para el resumen del análisis estadístico realizado, a través de un análisis descriptivo de los valores obtenidos (mostrados en la matriz experimental), análisis de varianza ANOVA para la respuesta estimada de Compresión, análisis de los efectos estimados que tienen influencia en la Compresión como variable de respuesta, la determinación del modelo de correlación obtenido para la Compresión y el análisis de contorno y superficie arrojado mediante la metodología empleada MSR.

Los valores reportados en la Tabla 20 para la respuesta de compresión, se encuentran expresados como Ln (-COMP). Las estadísticas básicas son mostradas en la Figura 35.

Tabla 20. Matriz experimental para compresión

Bloque	Factores			Respuesta
	L	H	T	COMP
1	-1	0	-1	6.921
1	-1	-1	-1	7.256
1	1	0	0	8.547
1	1	1	0	7.949
1	1	-1	0	9.221
1	1	0	1	8.410
1	0	0	1	7.836
1	-1	-1	0	6.901
1	1	0	-1	8.870
1	0	1	-1	8.181
1	0	-1	1	8.478
1	-1	0	0	6.435
1	0	1	0	7.631
1	-1	1	0	6.813
1	-1	0	1	6.273
1	-1	1	1	6.528
1	-1	-1	1	6.754
1	0	-1	-1	8.974
1	0	-1	0	8.624
1	0	1	1	7.408
1	1	-1	-1	9.546
1	1	-1	1	9.083
1	0	0	0	7.985
1	1	1	1	7.786
1	-1	1	-1	7.484
1	0	0	-1	8.347
1	1	1	-1	8.423

### RESUMEN PARA COMPRESIÓN

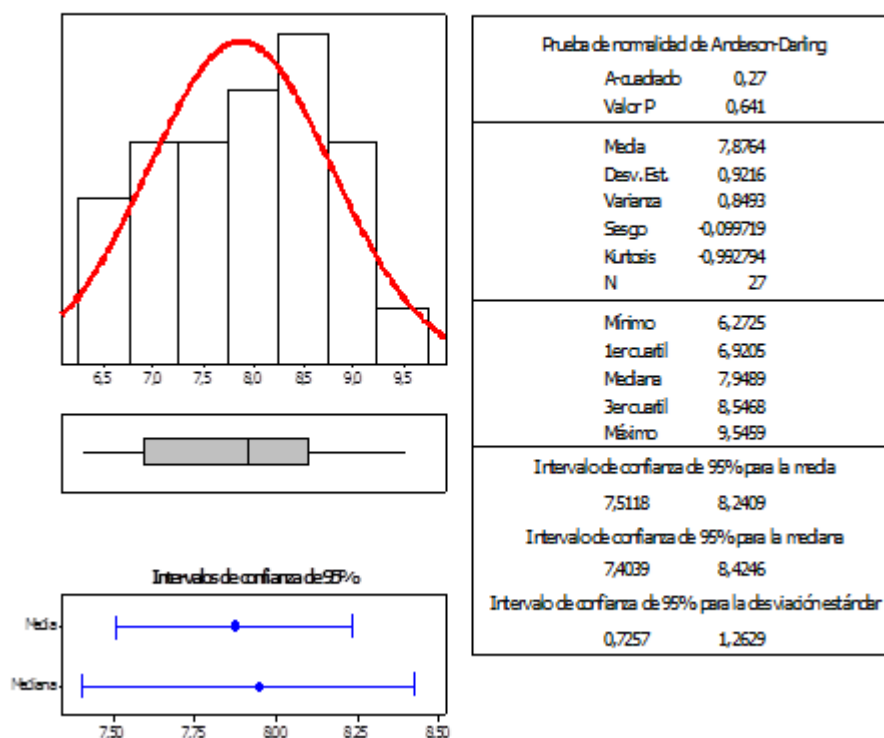


Figura 35. Análisis gráfico descriptivo para la estadística de valores de respuesta de compresión.

En la Tabla 21, se muestran las estimaciones para cada uno de los efectos estimados e interacciones. También se presenta el error estándar de cada uno de estos efectos.

Tabla 21. Efectos estimados para compresión.

Efecto	Estimado	Error Estándar
Promedio	7.935	0.064
A:L	1.830	0.059
B:H	-0.737	0.059
C:T	-0.605	0.059

Efecto	Estimado	Error Estándar
AA	-0.859	0.102
AB	-0.600	0.072
AC	0.091	0.072
BB	0.422	0.102
BC	-0.151	0.072
CC	0.261	0.102

Errores estándar basados en el error total con 17 grados de libertad (GL).

#### 6.2.1.1 Modelo de correlación estadístico para el esfuerzo a la compresión. A

partir del análisis de varianza ANOVA y el análisis de influencia tanto de los factores como el de sus interacciones, se obtiene un modelo de regresión que se ha ajustado a los datos obtenidos mediante modelación SAP2000 V14.

El modelo ajustado para el esfuerzo a la compresión obtenido en el tratamiento estadístico contiene muchas cifras significativas, se propone un modelo más reducido, como se muestra en la Ecuación 17 y se presenta la Tabla 22 con los correspondientes errores residuales.

Modelo obtenido del tratamiento estadístico:

$$\ln(COMP)=7.93502+0.915072*L-0.368578*H-0.302522*T-0.30035*L*H-0.429339*L^2+0.210944*H^2+0.130444*T^2$$

Modelo propuesto:

$$\ln(COMP) = 7.93+0.91*L-0.37*H-0.30*T-0.30*L*H-0.43*L^2+0.21*H^2+0.13*T^2$$

Ecuación 17

Tabla 22. Error residual por combinación.

L	H	T	% Error
---	---	---	---------

1	0	0	1.03
1	1	1	0.98
1	-1	-1	1.26
0	0	-1	0.71
0	1	1	0.44
0	-1	-1	0.66
-1	0	0	0.02
-1	1	1	0.04
-1	-1	-1	0.19

Dónde: los valores de la respuesta COMP, están especificados en sus unidades originales y las variables en unidades adimensionales codificadas.

COMP = Esfuerzo a la Compresión (kPa)

$L$  = Luz ( $m$ )

$H$  = Altura ( $m$ )

$T$  = Espesor ( $m$ )

La resistencia nominal a la compresión del concreto ( $f'_{cn}$ ) en una región en el cual se ha previsto fisuración en el cascarón, debe tomarse como  $0.40f'_c$ . NSR 10 (C.19.2.11).

Para  $f'_c = 21$  MPa       $f'_{cn} = 0.40 f'_c = 0.40 \times 21$  MPa = 8.4 MPa

Para  $f'_c = 56$  MPa       $f'_{cn} = 0.40 \times 56$  MPa = 22.4 MPa

Para  $f'_c = 84$  MPa       $f'_{cn} = 0.40 \times 84$  MPa = 33.6 MPa

El modelo de correlación estimado se encuentra codificado (Montgomery, 2003). Para este caso  $L$ ,  $H$  y  $T$  son variables codificadas en un intervalo de valores de -1, 0, 1 para los niveles preestablecidos esto se realiza para tener una estandarización entre valores adimensionales de las variables y un manejo más adecuado en la ecuación del modelo de regresión, es decir para ingresar una variable, sea  $L$ ,  $H$ ,  $T$ , deberá codificar su valor mediante los modelos establecidos en la Tabla 23.

Tabla 23. Codificación de variables. Valores de L, H y T en m

Límites de L		Límites de H		Límites de T	
$\leq 15$ m	$L^- = \frac{(L_i - 15)}{9}$	$\geq 1$ m	$H^- = \frac{(H_i - 1)}{0,5}$	$\leq 0.08$ m	$E^- = \frac{(E_i - 0.08)}{0.03}$
$\geq 15$ m	$L^+ = \frac{(L_i - 15)}{5}$	$\geq 1$ m	$H^+ = \frac{(H_i - 1)}{1}$	$\geq 0.08$ m	$E^+ = \frac{(E_i - 0.08)}{0.02}$

Esta codificación se utiliza para ingresar los datos a los modelos de correlación que permiten determinar los esfuerzos de COMP, TEN, CORT y VM.

En la Figura 36 y Figura 37 se muestran la respuesta estimada para el análisis de esfuerzos a COMP y gráfica de contornos de la superficie estimada para el análisis a COMP.

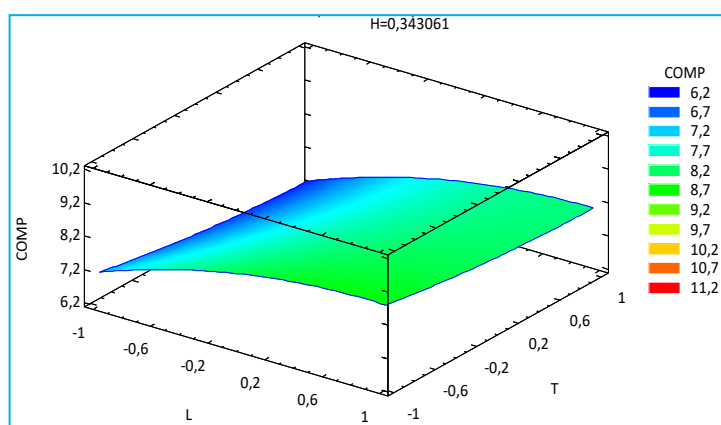


Figura 36. Gráfica de la respuesta estimada para el análisis de esfuerzos a la compresión

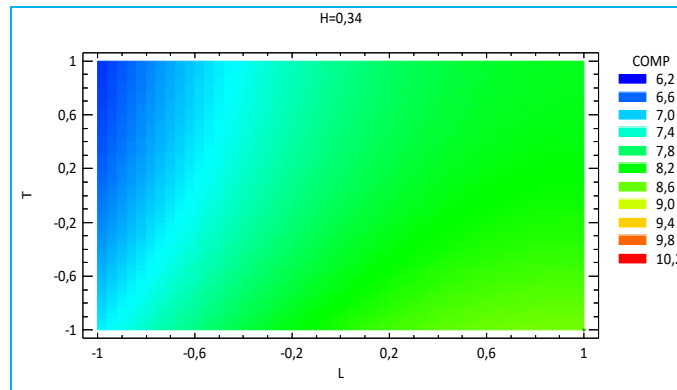


Figura 37. Gráfica de contornos de la superficie estimada para el análisis de compresión

La Tabla 24 muestra la combinación de los niveles de los factores, la cual minimiza COMP sobre la región indicada.

Tabla 24. Valores óptimos por método ascendente rápido para la respuesta COMP. Optimizar respuesta

<b>Factor</b>	<b>Bajo</b>	<b>Alto</b>	<b>Óptimo</b>
L	-1.0	1.0	-1.0
H	-1.0	1.0	0.341
T	-1.0	1.0	0.999

Meta: minimizar COMP

*Valor óptimo*     $\ln \text{COMP} = 6.349 \text{ kPa}$   
 $\text{COMP} = e^{6.349} \text{ kPa}$   
 $\text{COMP} = 571.92 \text{ kPa} = 0.572 \text{ MPa}$



Relacionando las variables que son significativas en el modelo, se halló una combinación óptima la cual permite obtener un esfuerzo de compresión mínimo. En este caso el esfuerzo de compresión mínimo se logra con una luz de 6 m, una altura de 1,17 m y un espesor de 0,09998 m de acuerdo a la Tabla 24.

**6.2.2 Superficie de respuesta (MSR) para la variable tensión.** A continuación se muestra el reporte para el resumen del análisis estadístico realizado, a través de un análisis descriptivo de los valores obtenidos (mostrados en la matriz experimental), análisis de varianza ANOVA para la respuesta estimada de tensión, análisis de los efectos estimados que tienen influencia en la tensión como variable de respuesta, la determinación del modelo de correlación obtenido para la tensión y el análisis de contorno y superficie arrojado mediante la metodología empleada MSR.

Los valores reportados en la Tabla 25 se encuentran expresados como Ln (TEN). Las estadísticas básicas son mostradas en la Figura 38.

Tabla 25. Matriz experimental para el esfuerzo de tensión

Bloque	Factores			Respuesta
	L	H	T	TEN
1	-1	0	-1	4.287
1	-1	-1	-1	3.153
1	1	0	0	3.761
1	1	1	0	3.800
1	1	-1	0	4.028
1	1	0	1	3.485
1	0	0	1	3.269
1	-1	-1	0	2.738
1	1	0	-1	4.433
1	0	1	-1	5.310
1	0	-1	1	3.701
1	-1	0	0	3.331

Bloque	Factores			Respuesta
	L	H	T	TEN
1	0	1	0	4.295
1	-1	1	0	5.923
1	-1	0	1	2.913
1	-1	1	1	5.414
1	-1	-1	1	2.570
1	0	-1	-1	4.718
1	0	-1	0	4.015
1	0	1	1	3.878
1	1	-1	-1	4.641
1	1	-1	1	3.765
1	0	0	0	3.625
1	1	1	1	3.415
1	-1	1	-1	6.894
1	0	0	-1	4.496
1	1	1	-1	4.770

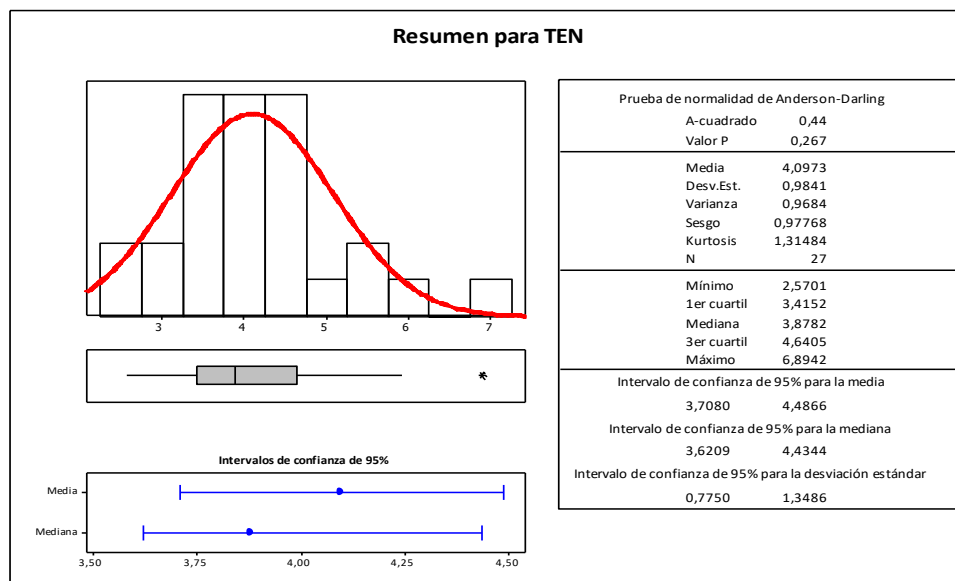


Figura 38. Análisis gráfico descriptivo para la estadística de valores de respuesta de tensión.

En la Tabla 26, se muestran las estimaciones para cada uno de los efectos y las interacciones. También se muestra el error estándar de cada uno de estos efectos

Tabla 26. Efectos estimados para tensión.

<b>Efecto</b>	<b>Estimado</b>	<b>Error estándar</b>
Promedio	3.6301	0.181
A:L	-0.125	0.167
B:H	1.152	0.167
C:T	-1.143	0.167
AA	-0.144	0.290
AB	-1.703	0.205
AC	0.043	0.205
BB	1.092	0.290
BC	-0.298	0.205
CC	0.453	0.290

Errores estándar basados en el error total con 17 GL.

**6.2.2.1 Modelo de correlación estadístico para el esfuerzo de tensión.** A partir del análisis de varianza ANOVA y el análisis de influencia tanto de los factores como el de sus interacciones, se obtiene un modelo de regresión que se ha ajustado a los datos obtenidos mediante modelación SAP2000 V14.

En la Tabla 27, se establecen los valores de coeficientes de regresión estimados para cada factor incluyendo las interacciones entre estos; de acuerdo a la significancia estadística mostrada en el ANOVA, estos serán o no, incluidos en el modelo de regresión ajustado para la repuesta.

Tabla 27. Coeficientes de regresión estimados para tensión

<b>Coeficiente</b>	<b>Estimado</b>
Constante	3.630
A:L	-0.063
B:H	0.576

<b>Coeficiente</b>	<b>Estimado</b>
C:T	-0.572
AA	-0.072
AB	-0.851
AC	0.022
BB	0.546
BC	-0.149
CC	0.226

El modelo ajustado para el esfuerzo a la tensión obtenido en el tratamiento estadístico contiene muchas cifras significativas. Por lo anterior, se propone un modelo más reducido Ecuación 18. Se presenta la tabla Tabla 28 con los correspondientes errores residuales.

Modelo obtenido del tratamiento estadístico:

$$\ln(\text{TEN}) = 3.630 + 0.576 \cdot H - 0.572 \cdot T - 0.851 \cdot L \cdot H + 0.546 \cdot H^2$$

Modelo propuesto:

$$\ln(\text{TEN}) = 3.63 + 0.58 \cdot H - 0.57 \cdot T - 0.85 \cdot L \cdot H + 0.55 \cdot H^2$$

Ecuación 18

TEN = Esfuerzo de Tensión (kPa)

L = Luz (m)

H = Altura (m)

T= Espesor (m)

Tabla 28. Error residual por combinación

<b>L</b>	<b>H</b>	<b>T</b>	<b>Error</b>
1	0	0	0.00

1	1	1	1.11
1	-1	-1	0.30
0	0	-1	0.20
0	1	1	1.00
0	-1	-1	0.20
-1	0	0	0.00
-1	1	1	0.90
-1	-1	-1	0.10

La resistencia a la tensión del concreto de peso normal se estima en  $F_t = 5 \cdot \sqrt{f'_c}$  donde  $f'_c$  en psi (Winter, 1994).

Para  $f'_c = 21 \text{ MPa}$   $f_t = 5 \cdot \sqrt{3000} = 273.86 \text{ psi} = 1.92 \text{ MPa}$

Para  $f'_c = 56 \text{ MPa}$   $f_t = 3.13 \text{ MPa}$

Para  $f'_c = 84 \text{ MPa}$   $f_t = 3.83 \text{ MPa}$

El modelo de correlación estimado, se encuentra codificado. Donde los valores de la respuesta TEN están especificados en sus unidades originales y las variables en unidades adimensionales codificadas. La codificación se consigue empleando la transformación dada en la Tabla 23.

En la Figura 39 se presenta la gráfica de la respuesta estimada para el análisis de TEN y en la Figura 40 la gráfica de contornos de la superficie estimada para el esfuerzo de TEN.

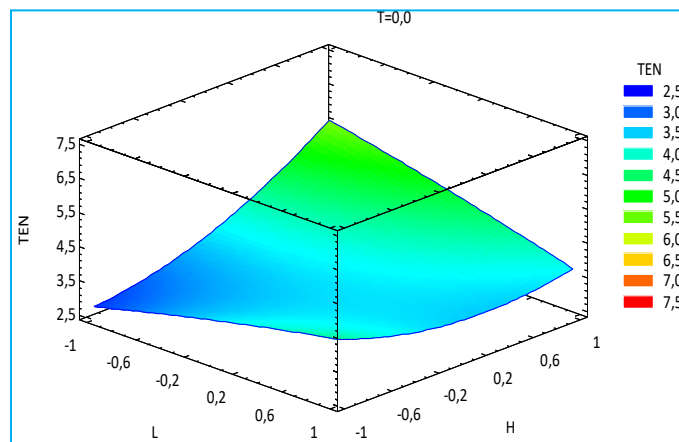


Figura 39. Gráfica de la respuesta estimada para el análisis de esfuerzos de tensión

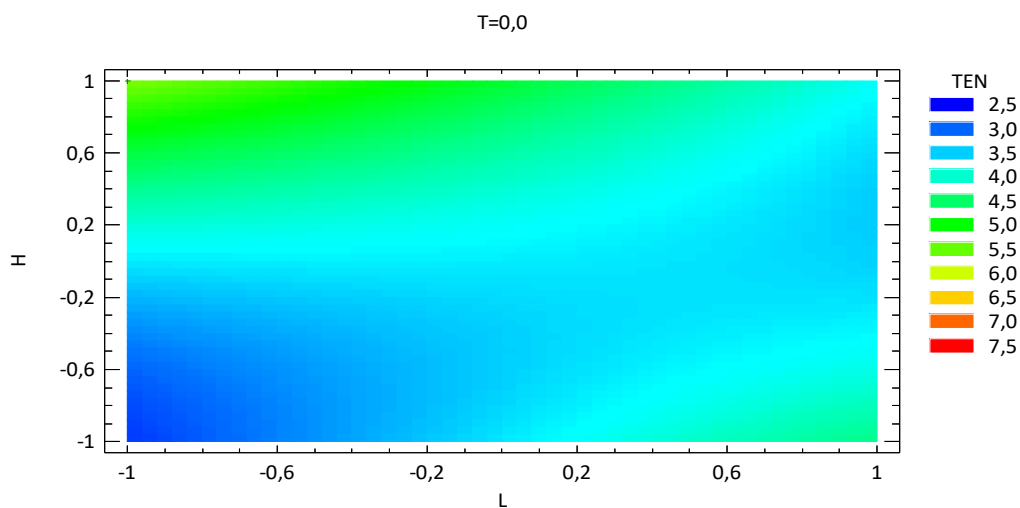


Figura 40. Gráfica de contornos de la superficie estimada para el análisis de tensión

En la Tabla 29 se muestra la combinación de los niveles de los factores, la cual minimiza TEN sobre la región indicada. La configuración óptima se logra con una luz (L) de 6 m, altura (H) de 0.5 m y espesor (T) de 0.0996 m.

Tabla 29. Combinación de los niveles de los factores

<b>Factor</b>	<b>Bajo</b>	<b>Alto</b>	<b>Óptimo</b>
L	-1.0	1.0	-1.0
H	-1.0	1.0	-1.0
T	-1.0	1.0	0.980

Optimizar Respuesta.

Meta: minimizar TEN

Valor óptimo codificado =  $\ln \text{TEN} = 2.521 \text{ kPa}$

$$\text{TEN} = e^{2.521} 0.0130 \text{ MPa.}$$

Valor óptimo =  $\text{TEN} = 12.44 \text{ kPa} = 0.0124 \text{ MPa.}$

**6.2.3 Superficie de respuesta (MSR) para la variable Von Mises.** Los valores reportados en la Tabla 30, para la respuesta se encuentran expresados como:  $\ln(\text{VM})$ . Las estadísticas básicas son mostradas en la Figura 41.

Tabla 30. Matriz experimental para von Mises

Bloque	Factores			Respuesta
	L	H	T	VM
1	-1	0	-1	6.918
1	-1	-1	-1	7.245
1	1	0	0	8.504
1	1	1	0	7.948
1	1	-1	0	9.177
1	1	0	1	8.367
1	0	0	1	7.831
1	1	0	-1	8.830
1	0	1	-1	8.179
1	0	-1	1	8.473
1	-1	0	0	6.430
1	0	1	0	7.630
1	-1	1	0	6.811
1	-1	0	1	6.267
1	-1	1	1	6.526
1	-1	-1	1	6.743
1	0	-1	-1	8.970
1	0	-1	0	8.619
1	0	1	1	7.408
1	1	-1	-1	9.505
1	1	-1	1	9.040
1	0	0	0	7.981
1	1	1	1	7.777
1	-1	1	-1	7.480

<i><b>Factores</b></i>				<i><b>Respuesta</b></i>
<b>Bloque</b>	<b>L</b>	<b>H</b>	<b>T</b>	<b>VM</b>
1	0	0	-1	8.344
1	1	1	-1	8.422

En la Figura 41 se describe de manera detallada el reporte estadístico para los valores de respuesta arrojados para VM; de la prueba aplicada para verificar si los datos provienen de una distribución normal, se obtuvo que el estadístico A-D fue de 0.29 con un p-valor de 0.6, indicando según criterio ( $p > 0.05$ ) la normalidad de los datos.

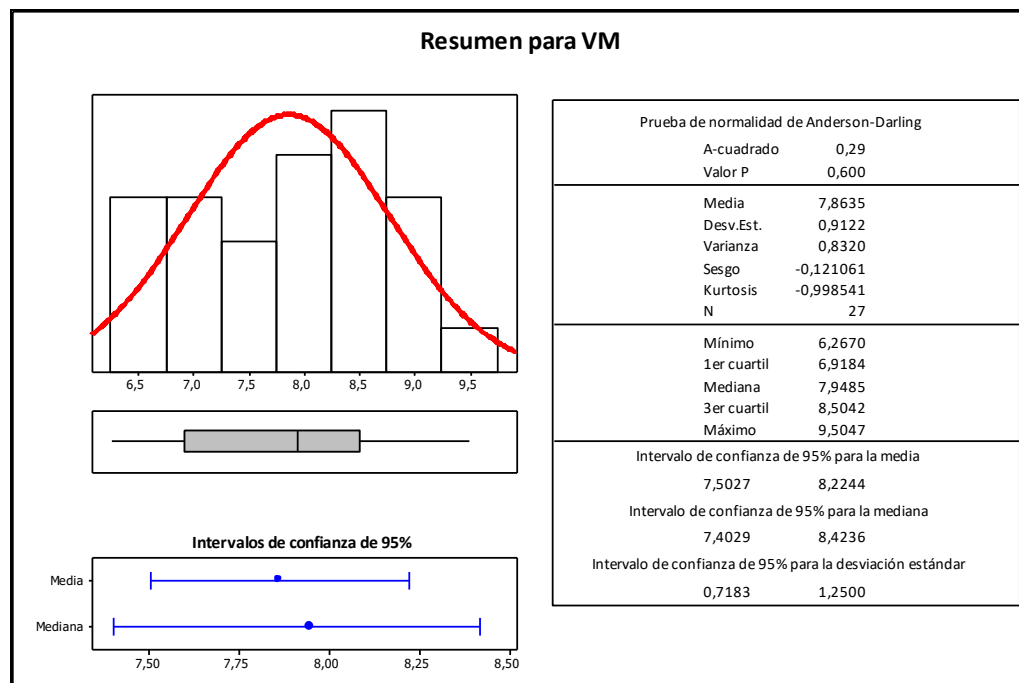


Figura 41. Análisis gráfico descriptivo para la estadística de valores de respuesta de von Mises



En la Tabla 31, se muestra las estimaciones para cada uno de los efectos estimados y las interacciones.

Tabla 31. Efectos estimados para von Mises

Efecto	Estimado	Error estándar
promedio	7.928	0.063
A:L	1.807	0.059
B:H	-0.720	0.059
C:T	-0.607	0.059
AA	-0.888	0.102
AB	-0.586	0.072
AC	0.089	0.072
BB	0.433	0.102
BC	-0.151	0.072
CC	0.261	0.102

Errores estándar basados en el error total con 17 GL.

**6.2.3.1 Modelo de correlación estadístico para el esfuerzo von Mises en cascarones de concreto.** A partir del análisis de varianza ANOVA y el análisis de influencia tanto de los factores como el de sus interacciones, se obtiene un modelo de regresión que se ha ajustado a los datos obtenidos mediante modelación SAP2000 V14.

En la Tabla 32, mostrada a continuación, se establecen valores de coeficientes de regresión estimados para cada factor incluyendo las interacciones entre estos, de acuerdo a la significancia estadística mostrada en el ANOVA.

Tabla 32. Coeficientes de regresión estimados para von Mises

Coeficiente	Estimado
Constante	7.928

<b>Coefficiente</b>	<b>Estimado</b>
A:L	0.903
B:H	-0.360
C:T	-0.303
AA	-0.444
AB	-0.293
AC	0.044
BB	0.216
BC	-0.076
CC	0.130

El modelo ajustado para el esfuerzo de VM obtenido en el tratamiento estadístico contiene muchas cifras significativas. Por lo anterior, se propone un modelo más reducido, como se muestra en la Ecuación 19. Además, se presenta la Tabla 33 con los errores residuales.

Modelo obtenido del tratamiento estadístico:

$$\ln (VM) = 7.92835 + 0.903406*L - 0.360067*H - 0.303444*T - 0.292792*L*H - 0.443994*L^2 + 0.216456*H^2 + 0.130322*T^2$$

Modelo propuesto:

$$\ln (VM) = 7.93 + 0.90*L - 0.36*H - 0.30*T - 0.29*L*H - 0.44*L^2 + 0.22*H^2 + 0.13*T^2$$

Ecuación 19

VM = Esfuerzo von Mises (kPa)

L = Luz (m)

H = Altura (m)

T = Espesor (m)

Tabla 33. Error residual por combinación

L	H	T	% Error
1	0	0	0.22
1	1	1	1.18
1	-1	-1	0.08
0	0	-1	0.21
0	1	1	0.84
0	-1	-1	0.14
-1	0	0	0.91
-1	1	1	1.31
-1	-1	-1	1.16

El modelo de correlación estimado, se encuentra codificado. Donde los valores de la respuesta VM, están especificados en sus unidades originales y las variables en unidades adimensionales codificadas. La codificación se consigue empleando la transformación dada anteriormente en la Tabla 23.

En la Figura 42 se presenta la gráfica de respuesta estimada para el análisis VM y en la Figura 43 la gráfica de contornos de la superficie estimada para VM.

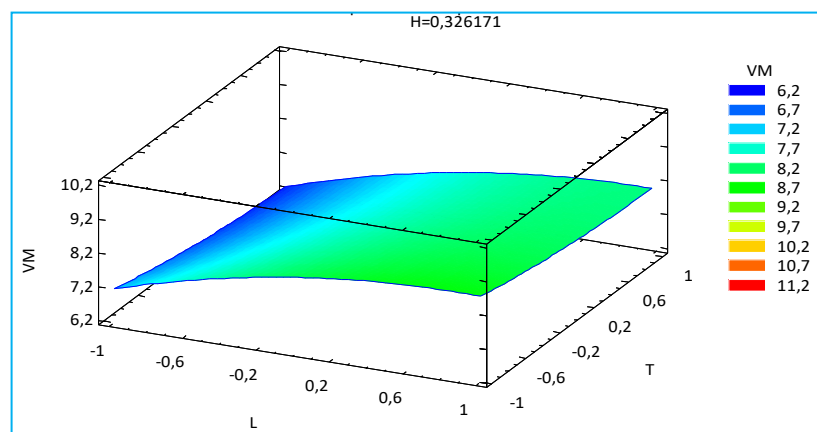


Figura 42. Gráfica de la respuesta estimada para el análisis de VM

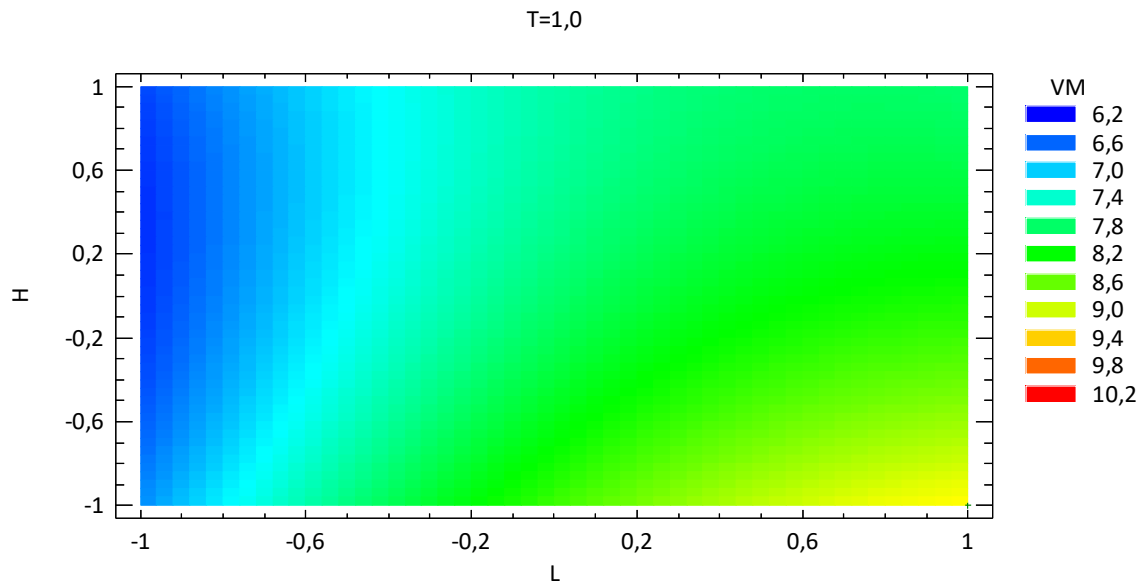


Figura 43. Gráfica de contornos de la superficie estimada para el análisis de von Mises

En la Tabla 34 se muestra la combinación de los niveles de los factores, la cual minimiza la respuesta VM sobre la región indicada.

Tabla 34. Valores óptimos por método ascendente rápido para la respuesta von Mises

<b>Factor</b>	<b>Bajo</b>	<b>Alto</b>	<b>Óptimo</b>
<b>L</b>	-1.0	1.0	-1.0
<b>H</b>	-1.0	1.0	0.330
<b>E</b>	-1.0	1.0	1.0

Optimizar Respuesta

Meta: minimizar VM.

Valor óptimo codificado =  $\ln VM = 6.340 \text{ kPa}$

$$VM = e^{6.340}$$

Valor óptimo =

$$VM = 566.796 \text{ kPa} = 0.5667 \text{ MPa}$$

**6.2.4 Superficie de respuesta (MSR) para el esfuerzo cortante.** A continuación se muestra el reporte para el resumen del análisis estadístico realizado, a través de un análisis descriptivo de los valores obtenidos (mostrados en la matriz experimental), análisis de varianza ANOVA para la respuesta estimada CORT, análisis de los efectos estimados que tienen influencia en CORT como variable de respuesta, la determinación del modelo de correlación obtenido para CORT y el análisis de contorno y superficie arrojado mediante la metodología empleada MSR.

Los valores reportados en la Tabla 35, para la respuesta se encuentran expresados como: Ln (CORT). Las estadísticas básicas son mostradas en la Figura 44.

Tabla 35. Matriz experimental para cortante

Factores				Respuesta
Bloque	L	H	T	CORT
1	-1	0	-1	5.013
1	-1	-1	-1	5.407
1	1	0	0	6.664
1	1	1	0	6.152
1	1	-1	0	7.335
1	1	0	1	6.526
1	0	0	1	5.873
1	-1	-1	0	5.066
1	1	0	-1	6.996
1	0	1	-1	6.124
1	0	-1	1	6.520
1	-1	0	0	4.623
1	0	1	0	5.664
1	-1	1	0	4.726
1	-1	0	1	4.458
1	-1	1	1	4.513

Factores				Respuesta
Bloque	L	H	T	CORT
1	-1	-1	1	4.928
1	0	-1	-1	7.015
1	0	-1	0	6.663
1	0	1	1	5.470
1	1	-1	-1	7.653
1	1	-1	1	7.201
1	0	0	0	6.027
1	1	1	1	5.989
1	-1	1	-1	5.209
1	0	0	-1	6.402
1	1	1	-1	6.546

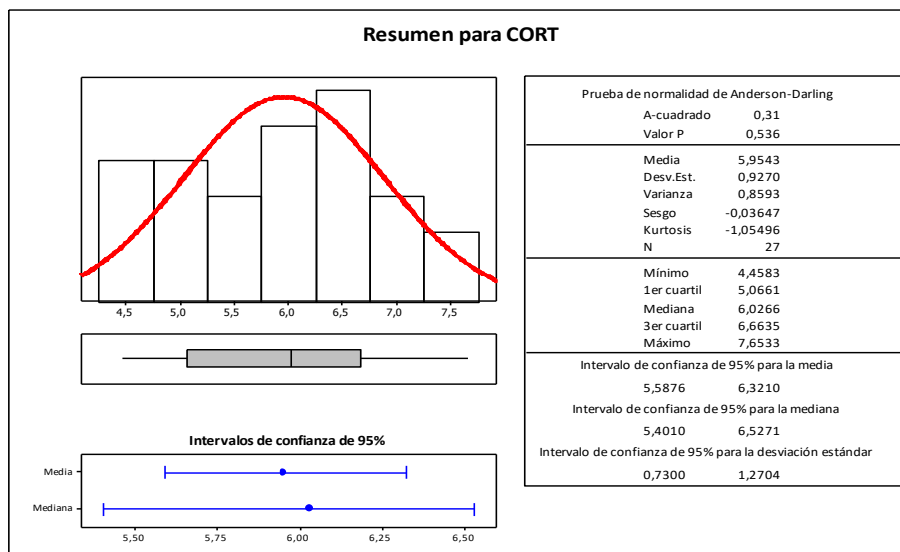


Figura 44. Análisis gráfico descriptivo para la estadística de valores de respuesta cortante

En la Tabla 36 se muestra las estimaciones para cada uno de los efectos estimados y las interacciones.

Tabla 36. Efectos estimados para cortante

<b>Efecto</b>	<b>Estimado</b>	<b>Error Estándar</b>
promedio	6.009	0.039
A:L	1.902	0.036
B:H	-0.821	0.036
C:T	-0.543	0.036
AA	-0.723	0.063
AB	-0.425	0.044
AC	0.042	0.044
BB	0.335	0.063
BC	-0.080	0.044
CC	0.223	0.063

Errores estándar basados en el error total con 17 GL.

**6.2.4.1 Modelo de correlación estadístico para el esfuerzo a cortante.** A partir del análisis de varianza ANOVA y el análisis de influencia tanto de los factores como el de sus interacciones, se obtiene un modelo de regresión que se ha ajustado a los datos obtenidos mediante modelación SAP2000 V14.

En la Tabla 37, mostrada a continuación, se establecen valores de coeficientes de regresión estimados para cada factor incluyendo las interacciones entre estos; de acuerdo a la significancia estadística mostrada en el ANOVA.

Tabla 37. Coeficientes de regresión estimados para cortante

<b>Coeficiente</b>	<b>Estimado</b>
Constante	6.009
A:L	0.951
B:H	-0.411
C:T	-0.271
AA	-0.362
AB	-0.212

AC	0.021
BB	0.168
BC	-0.040
CC	0.111

El modelo ajustado para el esfuerzo a cortante obtenido en el tratamiento estadístico contiene muchas cifras significativas. Por lo anterior, se propone un modelo más reducido, como se muestra en la Ecuación 20. Además, se presenta Tabla 38 con los errores residuales.

Modelo obtenido del tratamiento estadístico:

$$\ln(\text{CORT}) = 6.009 + 0.951 \cdot L - 0.411 \cdot H - 0.271 \cdot T - 0.212 \cdot L \cdot H - 0.362 \cdot L^2 + 0.168 \cdot H^2 + 0.1111 \cdot T^2$$

Modelo propuesto:

$$\ln(\text{CORT}) = 6.01 + 0.95 \cdot L - 0.41 \cdot H - 0.27 \cdot T - 0.21 \cdot L \cdot H - 0.36 \cdot L^2 + 0.17 \cdot H^2 + 0.11 \cdot T^2$$

Ecuación 20

CORT = Esfuerzo Cortante (kPa)

L = Luz (m)

H = Altura (m)

T = Espesor (m)

Tabla 38. Error residual por combinación



L	H	T	Error
1	0	0	0.20
1	1	1	0.80
1	-1	-1	0.00
1	0	-1	0.10
-1	1	1	0.60
-1	-1	-1	0.60

La resistencia a cortante del concreto se estima en  $\phi_{vc} = \Phi * 0.17 * \sqrt{F'_c}$  NSR-10 (C.11-3).

Para  $f'_c = 21$  MPa  $\phi_{vc} = \Phi * 0.17 * \sqrt{21} = 0.585$  MPa

Para  $f'_c = 56$  MPa  $\phi_{vc} = \Phi * 0.17 * \sqrt{56} = 0.954$  MPa

Para  $f'_c = 84$  MPa  $\phi_{vc} = \Phi * 0.17 * \sqrt{84} = 1.170$  MPa

El modelo de correlación estimado, se encuentra codificado. Donde los valores de respuesta CORT, están especificados en unidades originales y las variables en unidades adimensionales codificadas. La codificación se consigue empleando la transformación dada anteriormente en la Tabla 23.

En la Figura 45 se presenta la gráfica de la respuesta estimada para el análisis de esfuerzos CORT y en la Figura 46 la gráfica de contornos de la superficie estimada para el análisis CORT.

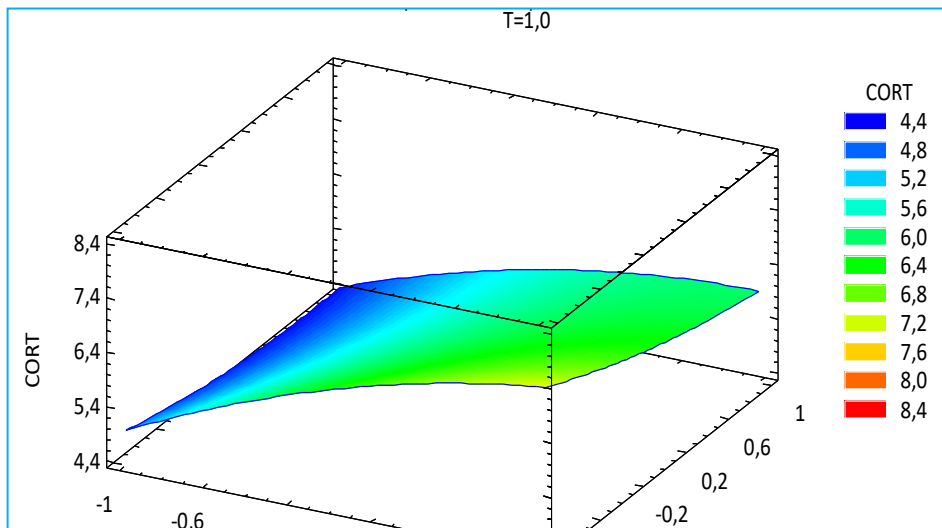


Figura 45. Gráfica de la respuesta estimada para el análisis de esfuerzos cortantes

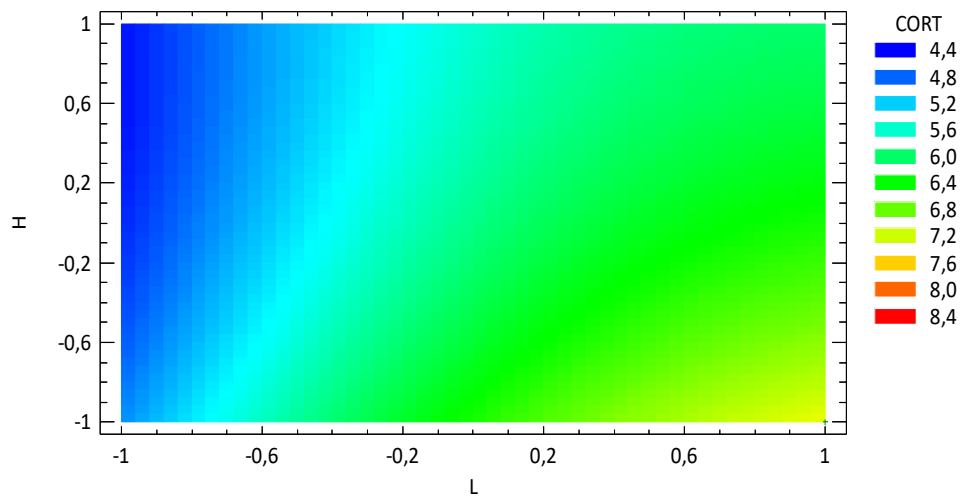


Figura 46. Gráfica de contornos de la superficie estimada para el análisis de cortante

La Tabla 39, muestra la combinación de los niveles de los factores, la cual minimiza la respuesta CORT sobre la región indicada.

Tabla 39. Valores óptimo por método descendente rápido para la respuesta cortante

<b>Factor</b>	<b>Bajo</b>	<b>Alto</b>	<b>Óptimo</b>
L	-1.0	1.0	-1.0
H	-1.0	1.0	0.711
E	-1.0	1.0	0.999

Optimizar Respuesta

Meta: minimizar CORT

Valor óptimo =  $\ln \text{CORT} = 4.431 \text{ kPa}$

$$\text{CORT} = e^{4.431}$$

Valor óptimo =  $\text{CORT} = 84.015 \text{ kPa} = 0.0840 \text{ MPa}$

**6.2.5 Superficie de respuesta para la deflexión.** A continuación se muestra en la Tabla 40 en forma detallada los resultados correspondientes a la matriz ampliada de la deflexión que se empleó para el desarrollo de los modelos de superficie de respuesta.

Tabla 40. Matriz ampliada deflexión

<b>DISEÑO FACTORIAL</b>					
<b>Ord</b>	<b>Factores</b>				<b>Respuesta</b>
<b>Orden</b>	<b>L</b>	<b>H</b>	<b>F'c</b>	<b>T</b>	<b>(DEF)<sup>0.2</sup></b>
1	-1	-1	-1	-1	-0.170
2	0	-1	-1	-1	-0.490
3	1	-1	-1	-1	-0.621
4	-1	0	-1	-1	-0.176
5	0	0	-1	-1	-0.366
6	1	0	-1	-1	-0.454

<b>DISEÑO FACTORIAL</b>						
<b>Ord</b>	<b>Factores</b>				<b>Respuesta</b>	
7	-1	1	-1	-1	-0.359	
8	0	1	-1	-1	-0.387	
9	1	1	-1	-1	-0.436	
10	-1	-1	0	-1	-0.161	
11	0	-1	0	-1	-0.462	
12	1	-1	0	-1	-0.583	
13	-1	0	0	-1	-0.144	
14	0	0	0	-1	-0.341	
15	1	0	0	-1	-0.437	
16	-1	1	0	-1	-0.280	
17	0	1	0	-1	-0.311	
18	1	1	0	-1	-0358	
19	-1	-1	1	-1	-0.159	
21	0	-1	1	-1	-0.450	
22	1	-1	1	-1	-0.567	
23	-1	0	1	-1	-0.134	
24	0	0	1	-1	-0.336	
25	1	0	1	-1	-0.428	
26	-1	1	1	-1	-0.250	
27	0	1	1	-1	-0.285	
28	1	1	1	-1	-0.333	
29	-1	-1	-1	0	-0.154	
30	0	-1	-1	0	-0.444	
31	1	-1	-1	0	-0.563	
32	-1	0	-1	0	-0.160	
33	0	0	-1	0	-0.332	
34	1	0	-1	0	-0.412	
35	-1	1	-1	0	-0.325	
36	0	1	-1	0	-0.350	
37	1	1	-1	0	-0.395	
38	-1	-1	0	0	-0.146	
39	0	-1	0	0	-0.418	
40	1	-1	0	0	-0.528	
41	-1	0	0	0	-0.131	
18	1	1	0	-1	-0358	
19	-1	-1	1	-1	-0.159	

<b>DISEÑO FACTORIAL</b>						
<b>Ord</b>	<b>Factores</b>					<b>Respuesta</b>
21	0	-1	1	-1		-0.450
22	1	-1	1	-1		-0.567
23	-1	0	1	-1		-0.134
24	0	0	1	-1		-0.336
25	1	0	1	-1		-0.428
26	-1	1	1	-1		-0.250
27	0	1	1	-1		-0.285
28	1	1	1	-1		-0.333
29	-1	-1	-1	0		-0.154
30	0	-1	-1	0		-0.444
31	1	-1	-1	0		-0.563
32	-1	0	-1	0		-0.160
33	0	0	-1	0		-0.332
34	1	0	-1	0		-0.412
35	-1	1	-1	0		-0.325
36	0	1	-1	0		-0.350
37	1	1	-1	0		-0.395
38	-1	-1	0	0		-0.146
39	0	-1	0	0		-0.418
40	1	-1	0	0		-0.528
41	-1	0	0	0		-0.131
42	0	0	0	0		-0.309
43	1	0	0	0		-0.396
42	0	0	0	0		-0.309
43	1	0	0	0		-0.396
44	-1	1	0	0		-0.253
45	0	1	0	0		-0.282
46	1	1	0	0		-0.324
47	-1	-1	1	0		-0.144
48	0	-1	1	0		-0.408
49	1	-1	1	0		-0.514
50	-1	0	1	0		-0.122
51	0	0	1	0		-0.305
52	1	0	1	0		-0.388
53	-1	1	1	0		-0.226
54	0	1	1	0		-0.258

<b>DISEÑO FACTORIAL</b>						
<b>Ord</b>	<b>Factores</b>				<b>Respuesta</b>	
55	1	1	1	0	-0.302	
56	-1	-1	-1	1	-0.148	
57	0	-1	-1	1	-0.426	
58	1	-1	-1	1	-0.540	
59	-1	0	-1	1	-0.153	
60	0	0	-1	1	-0.318	
61	1	0	-1	1	-0.396	
62	-1	1	-1	1	-0.312	
63	0	1	-1	1	-0.337	
64	1	1	-1	1	-0.379	
65	-1	-1	0	1	-0.141	
66	0	-1	0	1	-0.402	
67	1	-1	0	1	-0.507	
68	-1	0	0	1	-0.125	
69	0	0	0	1	-0.297	
70	1	0	0	1	-0.380	
71	-1	1	0	1	-0.243	
72	0	1	0	1	-0.271	
73	1	1	0	1	-0.311	
4	-1	-1	1	1	-0.138	
75	0	-1	1	1	-0.391	
76	1	-1	1	1	-0.494	
77	-1	0	1	1	-0.117	
78	0	0	1	1	-0.293	
79	1	0	1	1	-0.372	
80	-1	1	1	1	-0.217	
81	0	1	1	1	-0.248	

Seguidamente se presenta en la Figura 47 y la Figura 48 el resumen estadístico descriptivo para los valores de la respuesta de deflexión.

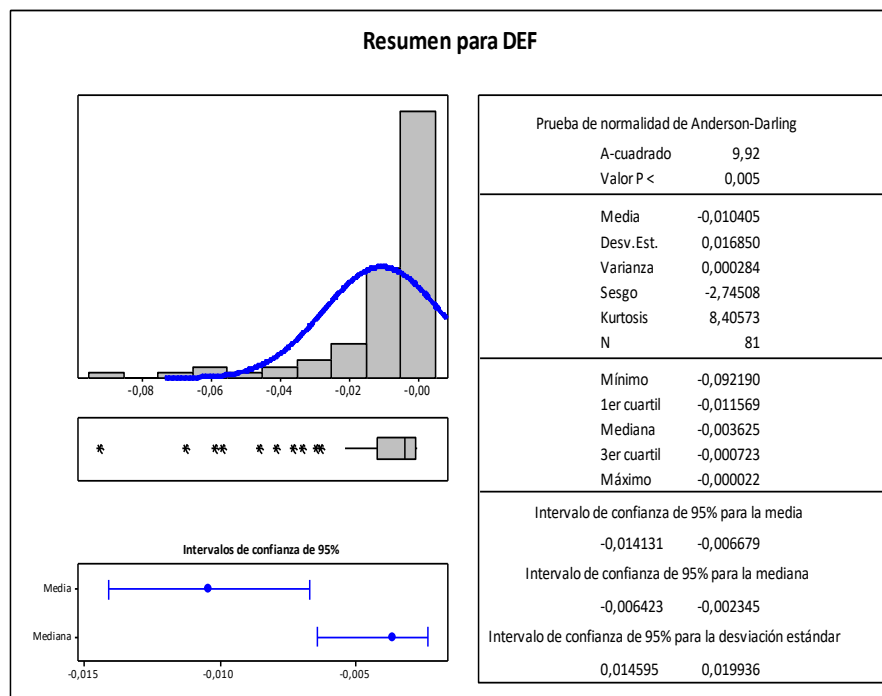


Figura 47. Análisis gráfico descriptivo para la estadística de valores de respuesta de deflexión

El estadístico AD, para esta prueba resulto satisfactorio concluyendo que los valores de la respuesta siguen una distribución normal luego de realizar la transformación de variable a la variable de interés  $(DEF)^{1/5}$  ver Figura 48.

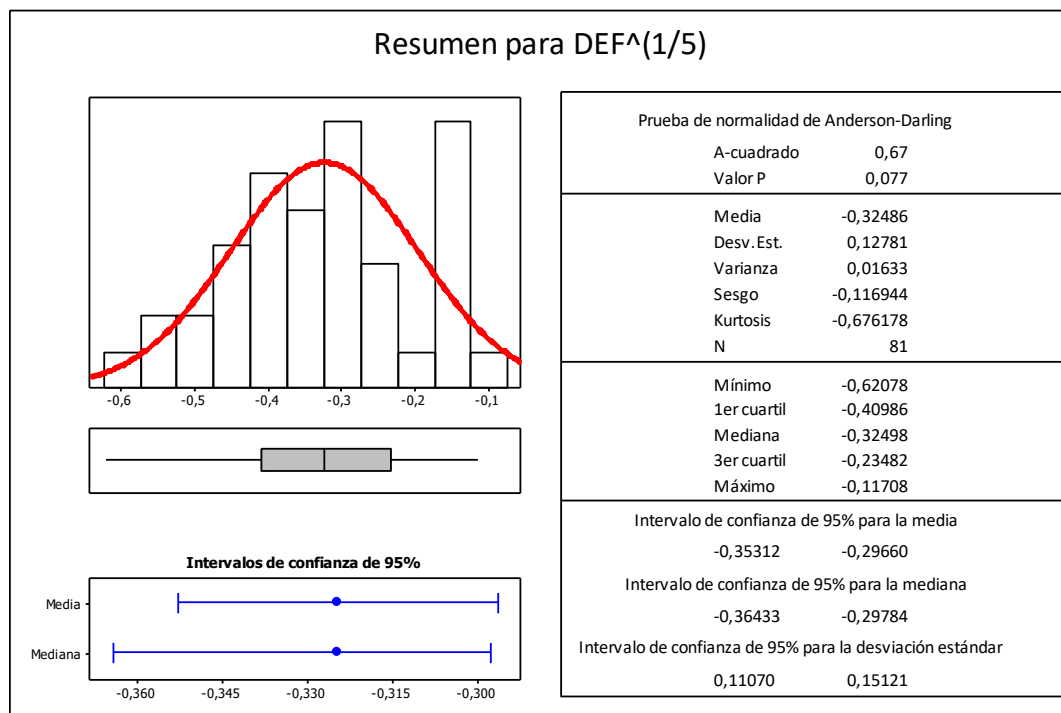


Figura 48. Análisis descriptivo para la estadística de valores de respuesta de deflexión

#### 6.2.5.1 Modelo de correlación estadístico para la deflexión.

A partir del análisis de varianza ANOVA y el análisis de influencia tanto de los factores como el de sus interacciones, se obtiene un modelo de regresión que se ha ajustado a los datos obtenidos mediante modelación SAP2000 V14.

En la Tabla 41 se establecen los valores de coeficientes de regresión estimados para cada factor incluyendo las interacciones entre estos, de acuerdo a la significancia estadística mostrada en el ANOVA, estos serán o no, incluidos en el modelo de regresión ajustado para la repuesta.



Tabla 41. Coeficientes de regresión estimados para deflexión

Efecto	Estimado
promedio	-0.3022
A:L	-0.1226
B:H	0.0342
C:T	0.0266
D:f'c	0.0227
AA	0.0414
AB	0.0804
AC	0.0017
AD	0.0086
BB	-0.0527
BC	0.0161
BD	-0.0024
CC	-0.0127
CD	-0.0019
DD	-0.0100

La ecuación del modelo ajustado se presenta en la Ecuación 21

$$DEF^{0.2} = -0.302 - 0.122 * L + 0.034 * H + 0.027 * T + 0.023 * f'c + 0.041 * L^2 + 0.080 * L * H + 0.009 * L * f'c - 0.053 * H^2 + 0.016 * H * T - 0.013 * T^2$$

Ecuación 21

DEF = Deflexión (mm)

L = Luz (mm)

H = Altura (mm)

T = Espesor (mm)

f'c=Esfuerzo de Compresión (MPa)

El NSR-10 en el capítulo C.19, contiene información escasa respecto al análisis y diseño de cascarones de concreto, no hay un método que permita predimensionarlas. El modelo de correlación expresado en la Ecuación 21, se puede considerar como una fórmula para predimensionar.

El modelo de correlación estimado se encuentra codificado, donde los valores de la respuesta DEF, están especificados en sus unidades originales y las variables en unidades adimensionales codificadas. La codificación se consigue empleando la transformación dada en la Tabla 42 y la Tabla 43.

Tabla 42. Codificación de variables para emplearlas en el modelo de correlación de deflexión

Límites de L		Límites de H		Límites de T	
< 15 m	$L^- = \frac{(L_i - 15)}{11}$	< 1 m	$H^- = \frac{(H_i - 1)}{0.5}$	< 0.08 m	$T^- = \frac{(T_i - 0.08)}{0.03}$
> 15 m	$L^+ = \frac{(L_i - 15)}{5}$	> 1 m	$H^+ = \frac{(H_i - 1)}{1}$	> 0.08 m	$T^+ = \frac{(T_i - 0.08)}{0.02}$

Tabla 43. Codificación de variables para emplearlas en los modelos de correlación de deflexión

### Límites de $f'_c$ (MPa)

$$<56 \text{ MPa} \quad f_{c^-} = \frac{(f_{c_i} - 56)}{35}$$

$$>56 \text{ MPa} \quad f_{c^+} = \frac{(f_{c_i} - 56)}{28}$$

En la

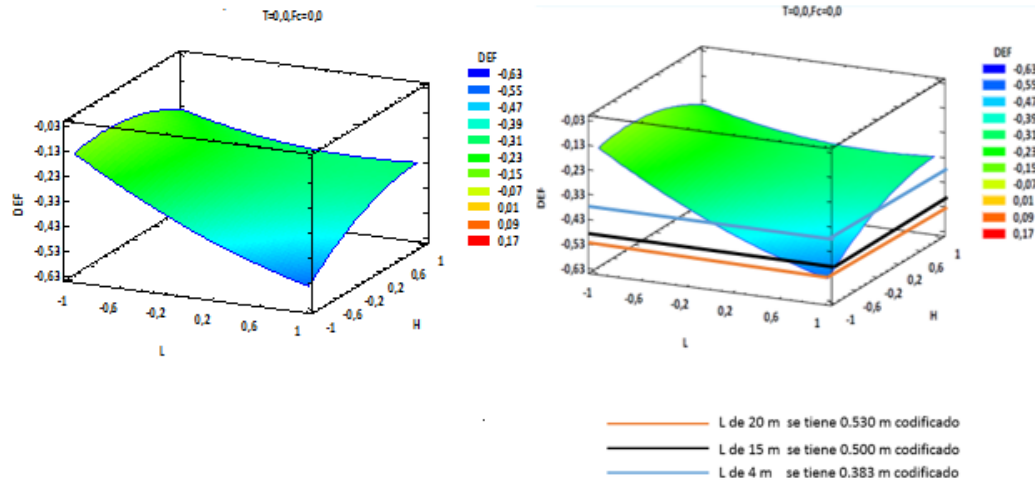


Figura 49 se muestra la gráfica de la respuesta estimada para el análisis de DEF y en la Figura 50 la gráfica de contornos de la superficie estimada para el análisis de DEF. La NSR 10 en la tabla C.9.5 (b) se establecen los límites en la deflexión de losas planas. Para este estudio se tomará el valor calculado por la ecuación  $\Delta_{perm} = L/480$ . Para ejemplificar tomamos L de 20 m al que le corresponde una deflexión de 0.042 m. Se codifica el valor obtenido empleando la Ecuación 21 para plasmarlo en la gráfica de superficie de respuesta. Se tiene como resultado:

$(DEF^{0.2}) = DEF$  codificada.

$$(0.042^{0.2}) = 0.530 \text{ m}$$

Para L de 4 y 15 m los valores codificados corresponden a 0.383 m y 0.500 m respectivamente como se presenta en la Figura 49.

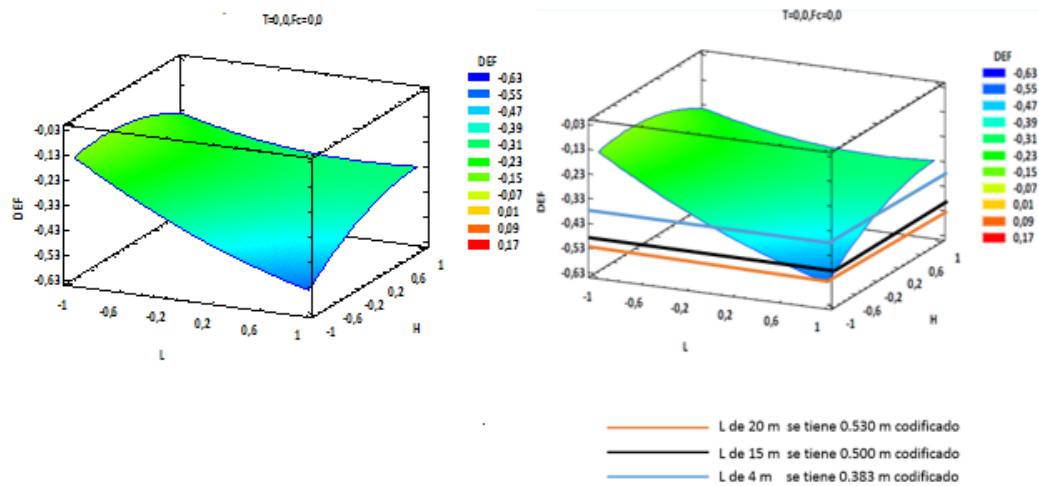


Figura 49. Gráfica de la respuesta estimada para el análisis de deflexión

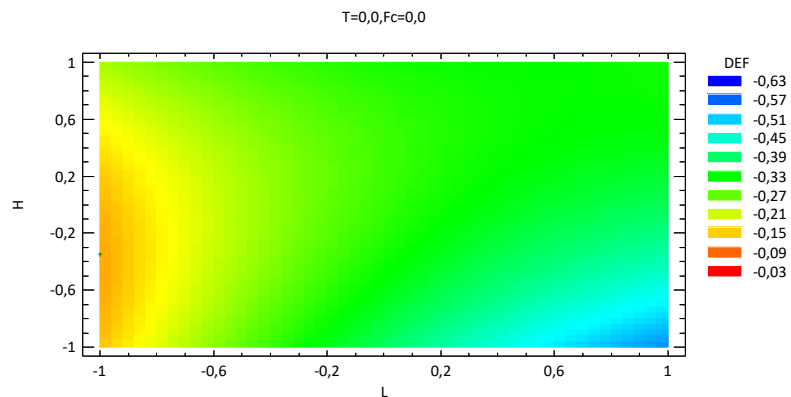


Figura 50. Gráfica de contornos de la respuesta estimada para el análisis de deflexión

En la Tabla 44, se muestra la combinación de los niveles de los factores, la cual minimiza DEF sobre la región indicada.

Tabla 44. Valores óptimo por método ascendente rápido para la respuesta de deflexión

<b>Factor</b>	<b>Bajo</b>	<b>Alto</b>	<b>Óptimo</b>
L	-1.0	1.0	-1.0
H	-1.0	1.0	-0.345
T	-1.0	1.0	0.721
F'c	-1.0	1.0	0.685

Optimizar Respuesta Meta: minimizar DEF

Valor óptimo = DEF = -0.117 mm




**6.2.6 Resultados de la modelo a escala piloto.** Siguiendo las pautas en donde se especifica la metodología de la aplicación de carga, se procedió a realizar el ensayo y posteriormente a recolectar la información correspondiente a las deflexiones. La ubicación del deformímetro corresponde al punto donde se registró la deflexión máxima en obtenida en la modelación computacional. En la Tabla 45 se registran los 5 valores correspondientes a las deflexiones tomadas en campo los cuales se registraron para cinco ciclos de carga completa.

Tabla 45. Valores de las deflexiones medidas en el modelo experimental

$\Delta$ ( $\times 10^{-3}$ pulg.)	$\Delta$ mm
8.0	0.20
9.5	0.24
10.5	0.27
10.0	0.25
9.0	0.23

Promedio = 0.239 mm

Las lecturas de los deformímetro se presentan en la Figura 51.

		
<b><math>9 \times 10^{-3}</math> pulg.</b>	<b><math>8 \times 10^{-3}</math> pulg.</b>	<b><math>9.5 \times 10^{-3}</math> pulg.</b>



	
<b><math>10 \times 10^{-3}</math> pulg.</b>	<b><math>10.5 \times 10^{-3}</math> plg.</b>

Figura 51. Lectura de los deformímetros para la respuesta de deflexión medidas en campo con el cascarón cargado

### 6.2.7 Resultados de la validación del modelo de correlación para la respuesta de deflexión.

Con el objetivo de validar el modelo de correlación de la respuesta de deflexión, se analiza el cascaron construido aplicando la Ecuación 21, introduciendo en ella los parámetros geométricos y mecánicos de los materiales. Dichos parámetros son:

- Luz (L) = 4.07 m
- Espesor (T) = 0.055 m
- $f'c$  = 29.5 MPa
- Altura (H) = 1.05 m

A continuación se codifican las variables empleando la Tabla 42 y la Tabla 43 en donde los valores de L, T, E deben suministrarse en metros y  $f'c$  en MPa.

Por ejemplo:

Para L tenemos:

Como la luz es menor que 15 m, trabajamos con el siguiente modelo:

$$L^- = \frac{(4.07 - 15)}{11}$$

$$L = -0.99$$

Para T tenemos:

Como T es menor que 0.08 tenemos:

$$T^- = \frac{(0.055 - 0.08)}{0.03}$$

$$T^- = -0.83$$

Para f'c tenemos:

Como f'c es menor que 56 MPa tenemos:

$$Fc^- = \frac{(29.5 - 56)}{35}$$

$$Fc^- = -0.757$$

Para H tenemos:

Como H es mayor que 1 tenemos:



$$H^+ = \frac{(1.09 - 1)}{1}$$

$$H^+ = 0.09$$

Variables codificadas.

$$\text{Luz (L)} = -0.99$$

$$\text{Espesor (T)} = -0.83$$

$$f'c = -0.757$$

$$\text{Altura (H)} = 0.09$$

El modelo empleado en este caso corresponde al de deflexión, donde la luz está en un rango de 4 m y 20 m. Por la Ecuación 21.

$$DEF^{0.2} = -0.18756764 \text{ m}$$

$$DEF = -0.00023216 \text{ m}$$

$$DEF = -0.23216 \text{ mm}$$

El valor arrojado en el modelo de correlación es de  $-0.23216 \text{ mm}$

Desviación estándar de la media =  $0.01092495 \text{ mm}$

Error porcentual =  $4.575\%$

### 6.2.7 Cálculo del error del modelo

Para realizar el cálculo del error de estimación del modelo se procedió mediante la definición del relativo porcentual verdadero según (Chapra & Canale, 2002). Donde se tiene en cuenta el error verdadero o experimental (medida sobre el cascaron

construido a escala) y el de la aproximación (estimada a partir del modelo de correlación).

$$\text{Error relativo porcentual verdadero} = \frac{\text{Valor verdadero} - \text{aproximación}}{\text{Valor verdadero}} * 100\%$$

$$\varepsilon = \frac{0.23876 - 0.23216}{0.23876} * 100\%$$

$$\varepsilon = 2.76 \%$$

Con base en lo anterior y basados en los resultados experimentales del cascarón construido a escala real, se permite recomendar ampliamente y con seguridad este sistema para ser aplicado en las construcciones de cubiertas de todo tipo, pero especialmente como solución viable en proyectos de viviendas de interés social, debido a que se incurre en menos costos de construcción en comparación con las cubiertas de asbesto cemento, siempre y cuando se construyan en grandes cantidades lo cual es común en estos proyectos.

## 7. DISCUSIÓN

Ya que las técnicas estadísticas que se presentan en este documento, se basan en la suposición de que la distribución de la población es del tipo o provienen de la normalidad (Kristian, 1988), (Romeu, 2003), (Montgomery, 2003), se procede con la determinación de si los datos provienen de una distribución de probabilidad normal. Para esto se analizaron los datos a través de un test de normalidad, empleando el criterio del estadístico Anderson-Darling (A-D) coeficiente empleado para medir la relación de normalidad de una variable (Anderson & Darling, 1952), tal como se muestra en la Figura 52.

Del análisis exploratorio se concluyó que los datos no provienen de una distribución normal, según criterio del estadístico AD (Anderson-Darling), coeficiente empleado para medir la relación de normalidad de una variable. Debido a esto se hizo necesaria una transformación de variables, aplicando la función de Ln a las variables de análisis. Mediante un nuevo test de normalidad, el estadístico AD para esta prueba resultó satisfactorio, concluyendo que los valores de las respuestas siguen una distribución normal.

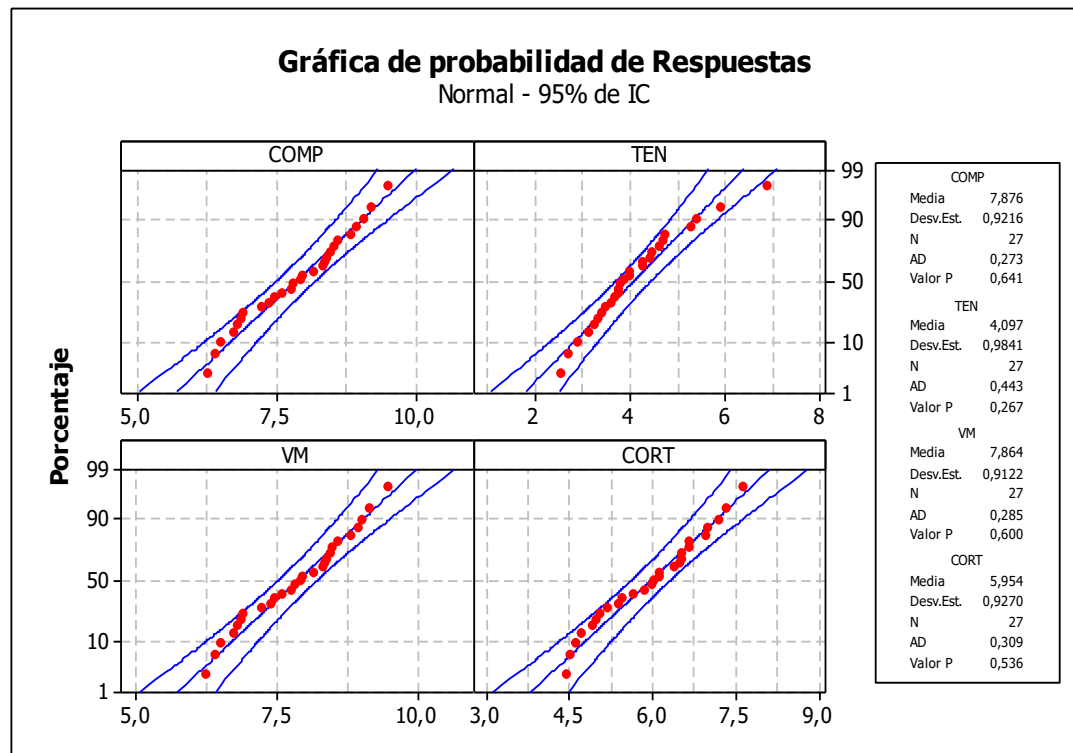


Figura 52. Gráfica de normalidad de los datos de respuesta compresión (COMP), tensión (TEN), von Mises (VM), cortante (CORT), una vez transformados

## 7.1 ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS DE ESTUDIO SOBRE LA RESPUESTA DE COMPRESIÓN

La Tabla 46, ANOVA, muestra la variabilidad de la COMP separadamente para cada uno de los efectos. Se probó la significancia estadística de cada efecto comparando su cuadrado medio contra un estimado del error experimental. En este caso, 7 efectos se encontraron que son significativamente diferentes de cero con un nivel de confianza del 95,0%. El estadístico R-Cuadrada indica que el modelo, explica 98,79% de la variabilidad en COMP. El estadístico R-cuadrada ajustada es 98,16%. El error estándar del estimado muestra que la desviación estándar de los residuos es 0,1249.

Tabla 46. Análisis de varianza ANOVA para compresión. Resumen (ANOVA)

<b>Fuente</b>	<b>Grados de libertad</b>	<b>Suma de Cuadrados</b>	<b>de Cuadrado Medio</b>	<b>F</b>	<b>Valor-P</b>
<b>A:L</b>	1	15.072	15.072	965.85	0.0000
<b>B:H</b>	1	2.445	2.445	156.70	0.0000
<b>C:T</b>	1	1.647	1.647	105.56	0.0000
<b>AA*</b>	1	1.106	1.106	70.87	0.0000
<b>AB**</b>	1	1.082	1.082	69.37	0.0000
<b>AC</b>	1	0.025	0.025	1.59	0.224
<b>BB</b>	1	0.267	0.267	17.11	0.0007
<b>BC</b>	1	0.068	0.068	4.37	0.051
<b>CC</b>	1	0.102	0.102	6.54	0.020
<b>Error total</b>	17	0.265	0.016		
<b>Total (corr.)</b>	26	22.081			
<b>Descriptores</b>					
<b>R-cuadrada</b>	98.79 %				
<b>R-cuadrado (ajustado para g.l.)</b>	98.16 %				
<b>Error estándar del est.</b>	0.1249				
<b>Estadístico Durbin-Watson</b>	1.9827 (P=0,413)				

\*Cuadrado de la luz (A)

\*\*Interacción entre la luz (A) y la altura (B)

Al probar los residuos con el estadístico de Durbin-Watson (DW) para determinar la existencia de alguna correlación significativa basada en el orden en que se presentan los datos en COMP, se observa que el p-valor ( $p > 0.05$ ) por lo que no se encontró evidencia de auto correlación serial en los residuos con un nivel de confianza del 95.0%.

**7.1.1 Análisis de los efectos e interacciones.** Debido a que no existen réplicas, se empleó este método, el cual se basa en suponer que las interacciones de orden superior (tercer orden en este caso) no son significativas y por tanto pueden realizar contrastes con la suma de cuadrados correspondientes en la Tabla 46. Estos contrastes indicaron aquellos efectos o interacciones que son significativas. De igual manera este análisis fue soportado por un análisis gráfico de matriz de correlación, el cual se muestra en la Figura 53, donde se aprecia que L, es un factor que influye positivamente en la COMP. Para H y T se muestra un comportamiento inverso para la COMP.

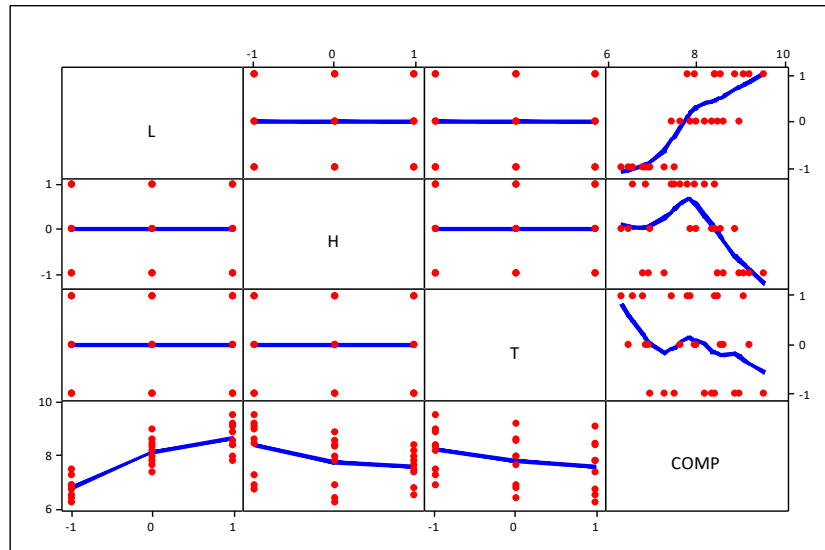


Figura 53. Matriz de coeficientes de correlación para compresión

Los resultados pueden representarse en una gráfica de probabilidad de los efectos o como un diagrama de Pareto como se detallan en la Figura 54 y Figura 55. Los efectos han sido estandarizados para analizarlos en un diagrama de Pareto estandarizado los cuales muestran de manera normalizada los efectos de cada una de las variables estudiadas.

En la Figura 54, se muestran los efectos de cada uno de los factores que influyen en la respuesta al esfuerzo de Compresión, sin embargo, los únicos efectos que son apreciables a simple inspección como estadísticamente significativos, son A: L, B: H y C: T, es decir los factores sin sus interacciones.

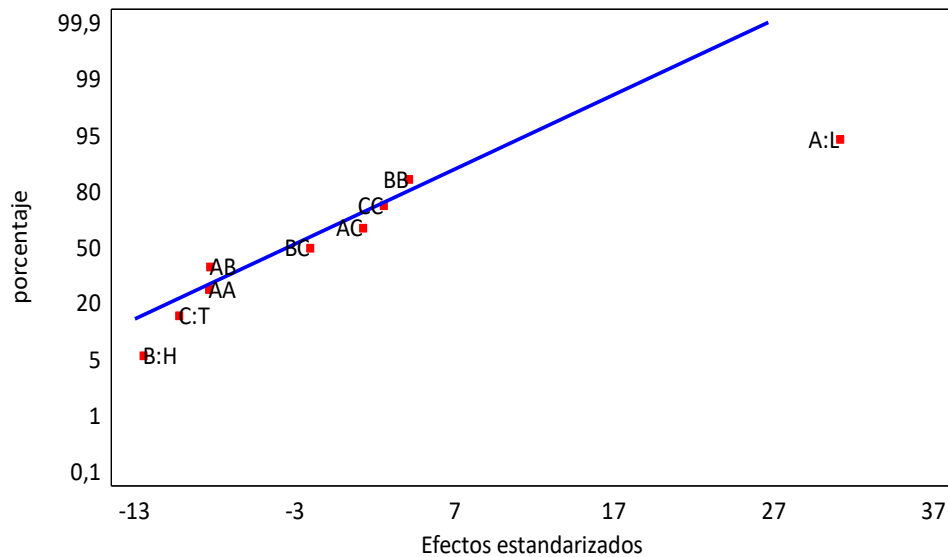


Figura 54. Gráfica de probabilidad para el análisis de los efectos en la compresión

Del diagrama de Pareto, Figura 55, se observa que el efecto con mayor influencia es A: L=Luz (m), este factor tiene un efecto significativo positivo, es decir que con el aumento de L, el valor de la respuesta de compresión aumenta. Los factores B: H=Altura y C: T=Espesor influyen negativamente la respuesta en una forma significativa, es decir la magnitud de COMP disminuye.

La evidencia de la curvatura de la respuesta se analiza desde el efecto del cuadrado del factor L, (AA en el diagrama de Pareto estandarizado), el cual al expresarse como L<sup>2</sup>, muestra que ejerce una influencia negativa en la variable de respuesta, de igual manera se analiza el factor del cuadrado del factor B (Altura), (BB en el

diagrama de Pareto estandarizado), el cual al expresarse como B2, muestra que ejerce una influencia positiva en la variable de respuesta pero con magnitud menor que AA, la interacción entre AB (L y H) influyen negativamente la respuesta; para los efectos de las demás interacciones no se encontró evidencia de influencia estadísticamente significativa en la compresión, variable analizada para la construcción de cascarones en concreto simple.

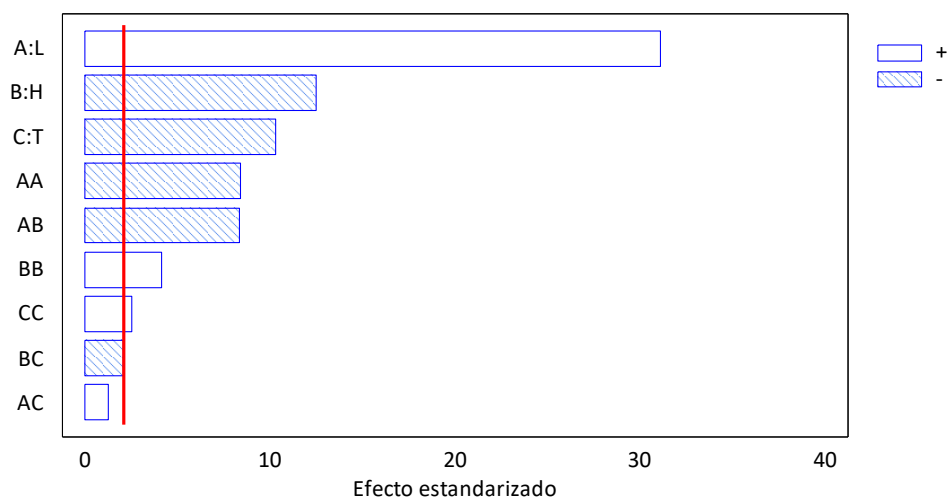


Figura 55. Diagrama de Pareto estandarizado para el análisis de los efectos en la compresión

**7.1.2 Validez estadística del modelo.** De acuerdo al análisis estadístico realizado a los residuos, el comportamiento de los datos correlacionados mantiene los criterios de cumplimiento siendo un modelo adecuado para los datos analizados. La Figura 56 muestra el análisis de estos residuos frente a valores predichos, número de ejecuciones realizadas; observando que se cumple con este criterio en cuanto a la homocedasticidad, los valores ajustados siguen una distribución normal, no se percibe patrón en ellos, cumpliéndose la independencia entre los datos, por lo que el modelo así ajustado cumple con los criterios de validez estadística.



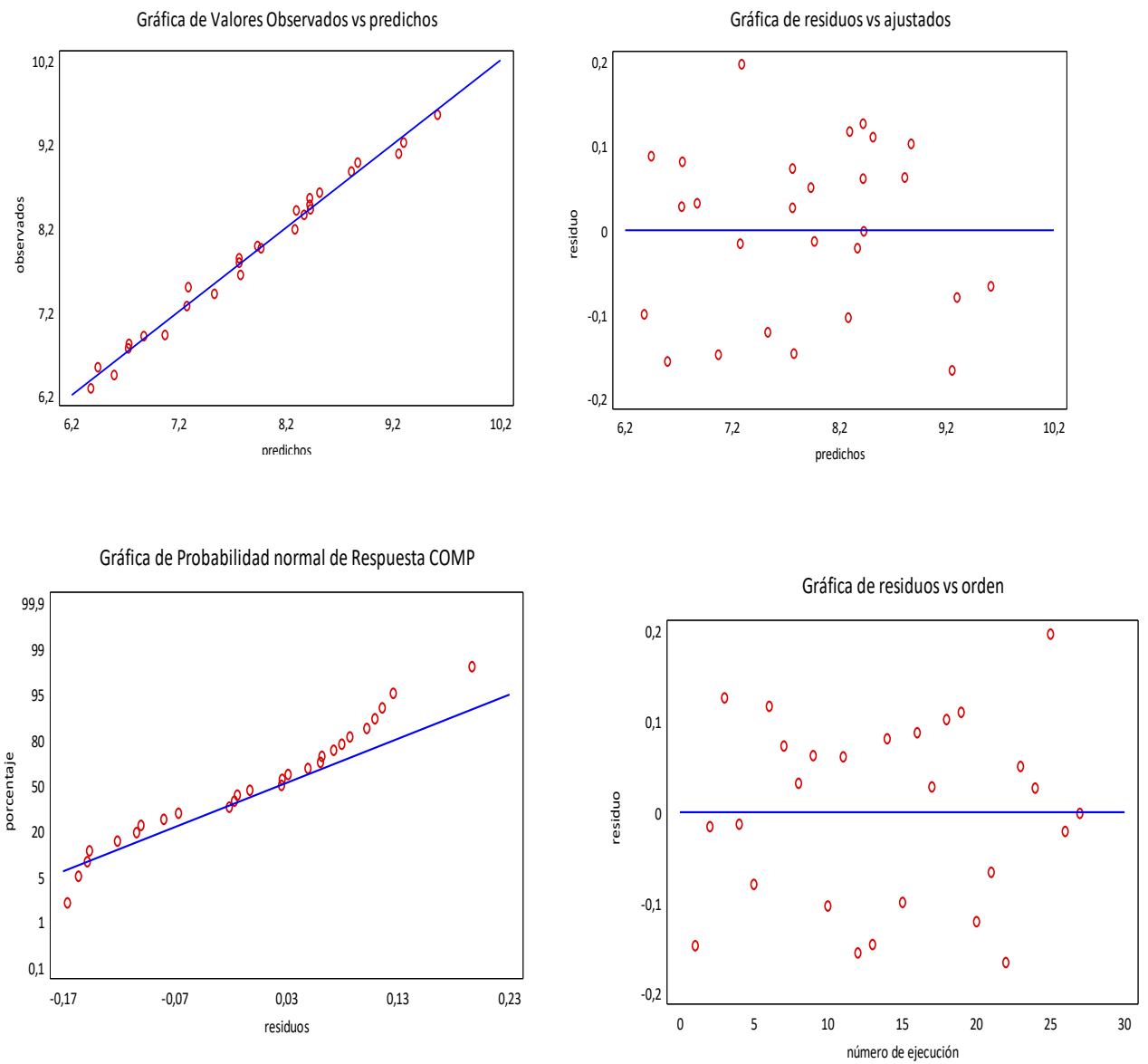


Figura 56. Cuadro de gráficas de residuo para el análisis de compresión

## 7.2 ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS DE ESTUDIO SOBRE LA RESPUESTA DE TENSIÓN.

La Tabla 47, ANOVA, muestra la variabilidad de la tensión separadamente para cada uno de los efectos. Se probó la significancia estadística de cada efecto comparando su cuadrado medio contra un estimado del error experimental. En este caso, 4 efectos se encontraron que son significativamente diferentes de cero con un nivel de confianza del 95.0%. El estadístico R-Cuadrada indica que el modelo, explica 91.47% de la variabilidad en TEN. El estadístico R-cuadrada ajustada es 86.95%. El error estándar del estimado muestra que la desviación estándar de los residuos es 0.355.

Tabla 47. Análisis de varianza ANOVA para tensión

<b>Resumen (ANOVA)</b>					
<i><b>Fuente</b></i>	Grados de libertad.	Suma de Cuadrados	Cuadrado Medio	F	Valor-P
<b>A:L</b>	1	0.071	0.071	0.56	0.465
<b>B:H</b>	1	5.974	5.974	47.28	0.000
<b>C:T</b>	1	5.885	5.885	46.59	0.000
<b>AA</b>	1	0.031	0.031	0.25	0.627
<b>AB</b>	1	8.701	8.701	68.87	0.000
<b>AC</b>	1	0.006	0.006	0.04	0.835
<b>BB</b>	1	1.789	1.789	14.16	0.002
<b>BC</b>	1	0.267	0.267	2.11	0.164
<b>CC</b>	1	0.308	0.308	2.44	0.137
<b>Error total</b>	17	0.071	0.126		

<b>Total (corr.)</b>	26	5.974
<b>Descriptores</b>		
<b>R-cuadrada</b>	91.47%	
<b>R-cuadrado (ajustado para g.l.)</b>	86.95 %	
<b>Error estándar del est.</b>	0.355	
<b>Estadístico Durbin-Watson</b>	2.226 (P=0.671)	

Con el estadístico de Durbin-Watson (DW) se probaron los residuos para determinar la existencia de alguna correlación significativa basada en el orden en que se presentan los datos en el archivo. Puesto que el p-valor ( $p > 0.05$ ) no se encontró evidencia de auto correlación serial en los residuos con un nivel de confianza del 95.0%.

**7.2.1 Análisis de los efectos e interacciones.** Debido a que no existen réplicas, se empleó éste método, el cual se basa en suponer que las interacciones de orden superior (tercer orden en este caso) no son significativas y por tanto se pueden realizar contrastes con la suma de cuadrados correspondientes. Ver en la Tabla 47. Estos contrastes indicaron aquellos efectos o interacciones que son significativas. De igual manera este análisis fue soportado por un análisis gráfico de matriz de correlación, el cual se muestra en la Figura 57, donde se aprecia que L, influye de manera positiva en la TEN en forma moderada, H tiene un efecto similar al de L, siendo su influencia en mayor magnitud en la TEN, y T muestra un comportamiento inverso para la TEN, disminuyéndose el esfuerzo con el incremento de esta variable.

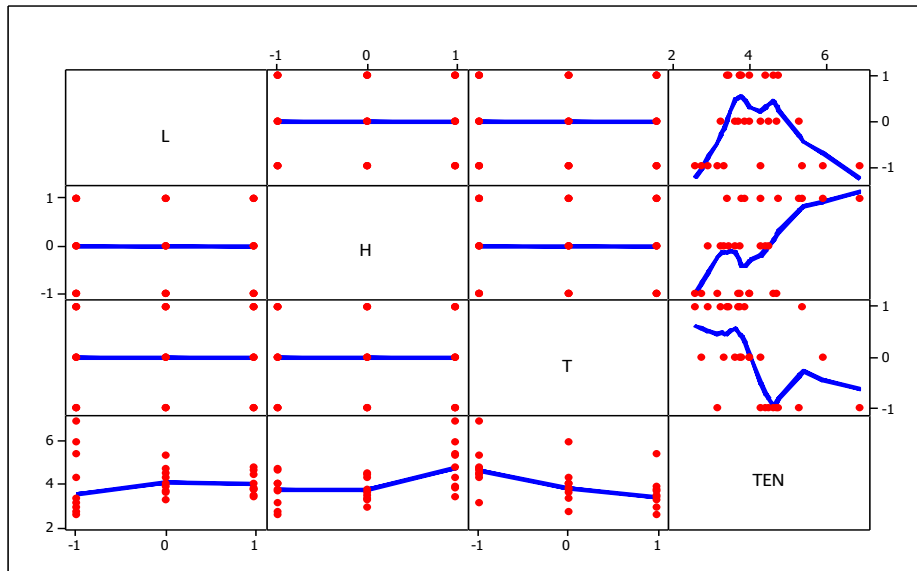


Figura 57. Matriz de coeficientes de correlación para tensión

Los resultados pueden representarse en una gráfica de probabilidad de los efectos o como un diagrama de Pareto como se detallan en la Figura 58 y la Figura 59 respectivamente. Los efectos han sido estandarizados para mayor análisis.

En la Figura 58, se muestran los efectos de cada uno de los factores que influyen la respuesta al esfuerzo de Tensión, sin embargo, los únicos efectos estadísticamente significativos, son B: H y C: T, de los factores y las interacciones significativas son AB y BB.

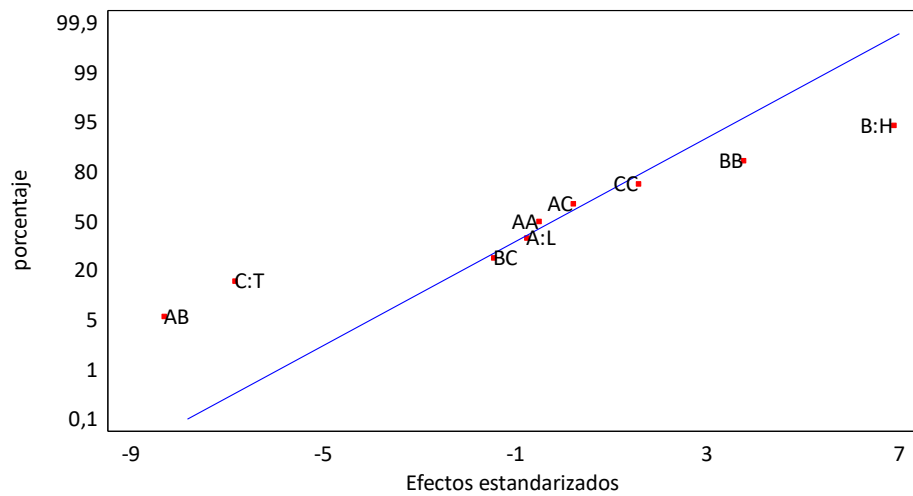


Figura 58. Gráfica de probabilidad para análisis de los efectos en la tensión

Del diagrama de Pareto, Figura 59, se observa que la mayor influencia en la Tensión es dominada por la interacción AB, (donde A (L: Luz) y B (Altura)), esta interacción entre los factores de Luz y Altura, tiene un efecto significativo de magnitud negativa, es decir que con el aumento de L y H, el valor de la respuesta de tensión disminuye.

Los factores B: H = Altura y C: T= Espesor, influencia positiva y negativamente respectivamente la respuesta en una forma significativa y de magnitud equivalente, se observa también significancia en la respuesta por la influencia cuadrática de la Altura (BB) de manera positiva pero en magnitud menor que el factor individual.

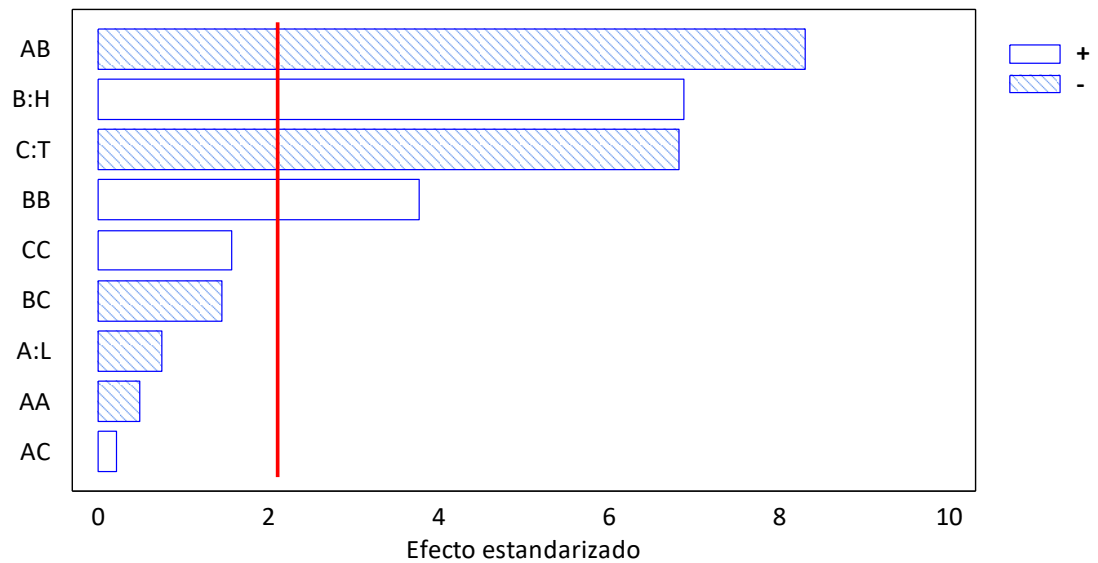


Figura 59. Diagrama de Pareto estandarizado para el análisis de los efectos en la tensión

Para los efectos de las demás interacciones no se encontró evidencia de influencia que tuviera significancia estadística en la tensión.

**7.2.2 Validez estadística del modelo.** De acuerdo al análisis estadístico realizado a los residuos, el comportamiento de los datos correlacionados mantiene los criterios de cumplimiento siendo un modelo adecuado para los datos analizados. La Figura 60 muestra el análisis de estos residuos frente a valores predichos, número de ejecuciones realizadas; observando que se cumple con este criterio en cuanto a la homocedasticidad, los valores ajustados siguen una distribución normal, no se percibe patrón en ellos, cumpliéndose la independencia entre los datos.

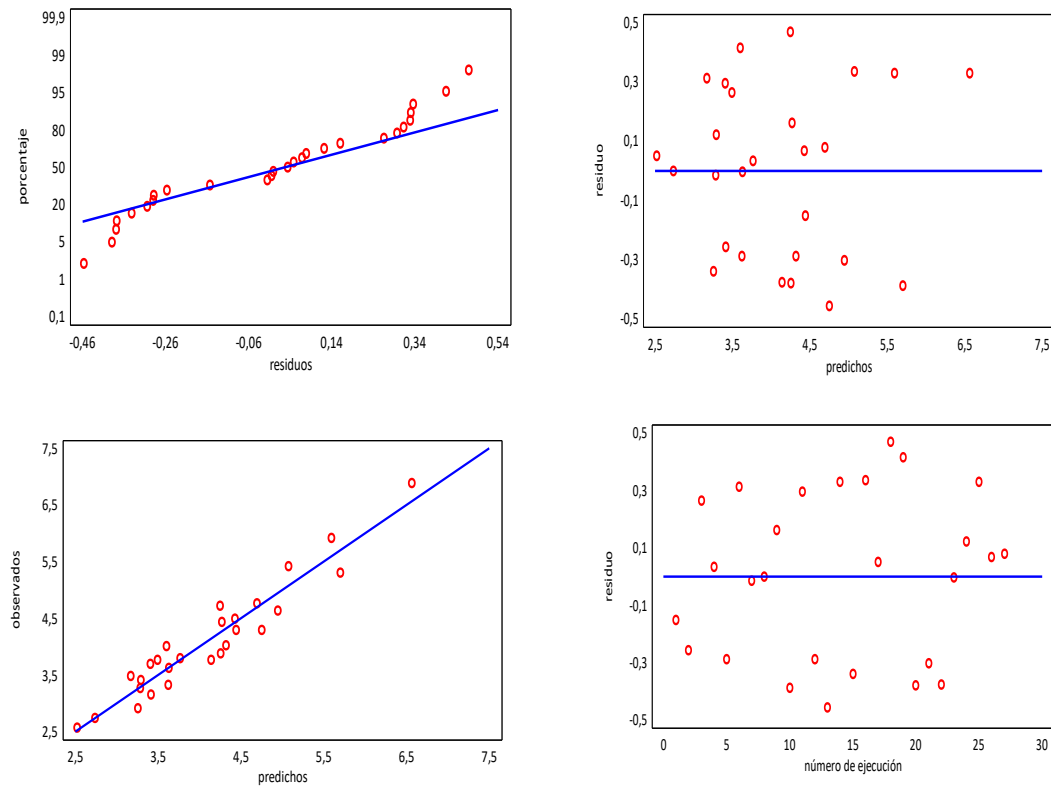


Figura 60. Cuadro de gráficas de residuo para el análisis de tensión

### 7.3 ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS DE ESTUDIO SOBRE LA RESPUESTA DE VON MISES

La Tabla 48, muestra la variabilidad de von Mises separadamente para cada uno de los efectos. Se probó la significancia estadística de cada efecto comparando su cuadrado medio contra un estimado del error experimental. En este caso 7 efectos se encontraron que son significativamente diferentes de cero con un nivel de confianza del 95,0%. El estadístico R-Cuadrada indica que el modelo, explica 98,78% de la variabilidad en VM. El estadístico R-cuadrada ajustada es 98,13%. El error estándar del estimado muestra que la desviación estándar de los residuos es 0,1245.

Tabla 48. Análisis de varianza ANOVA para von Mises

<b>Resumen (ANOVA)</b>					
<b>Fuente</b>	Grados de libertad.	Suma de Cuadrados	Cuadrado Medio	F	Valor-P
<b>A:L</b>	1	14.690	14.690	946.29	0.0000
<b>B:H</b>	1	2.334	2.333	150.32	0.0000
<b>C:T</b>	1	1.657	1.657	106.76	0.0000
<b>AA</b>	1	1.183	1.183	76.19	0.0000
<b>AB</b>	1	1.029	1.029	66.26	0.0000
<b>AC</b>	1	0.024	0.024	1.53	0.2327
<b>BB</b>	1	0.281	0.281	18.11	0.0005
<b>BC</b>	1	0.069	0.069	4.43	0.0504
<b>CC</b>	1	0.102	0.102	6.56	0.0202
<b>Error total</b>	17	0.264	0.015		
<b>Total (corr.)</b>	26	21.633			
<b>Descriptores</b>					
<b>R-cuadrada</b>	98.78 %				
<b>R-cuadrado (ajustado para g.l.)</b>	98.13 %				
<b>Error estándar del est.</b>	0.124				
<b>Estadístico Durbin-Watson</b>	1.9993 (P=0.4307)				

Con el estadístico de Durbin-Watson (DW) se probaron los residuos para determinar la existencia de alguna correlación significativa basada en el orden en que se presentan los datos en el archivo. Puesto que el p-valor ( $p > 0.05$ ) no se encontró evidencia de auto correlación serial en los residuos con un nivel de confianza del 95.0%.

**7.3.1 Análisis de los efectos e interacciones.** De igual forma para VM, se analizaron los contrastes sin interacciones de orden superior, estos indicaron aquellos efectos o interacciones que son significativas. De igual manera este análisis fue soportado por un análisis gráfico de matriz de correlación, el cual se muestra en la Figura 61 donde L es un factor que influye positivamente en la



respuesta, para H y T describen un comportamiento inverso con el aumento de estos hay una disminución en VM.

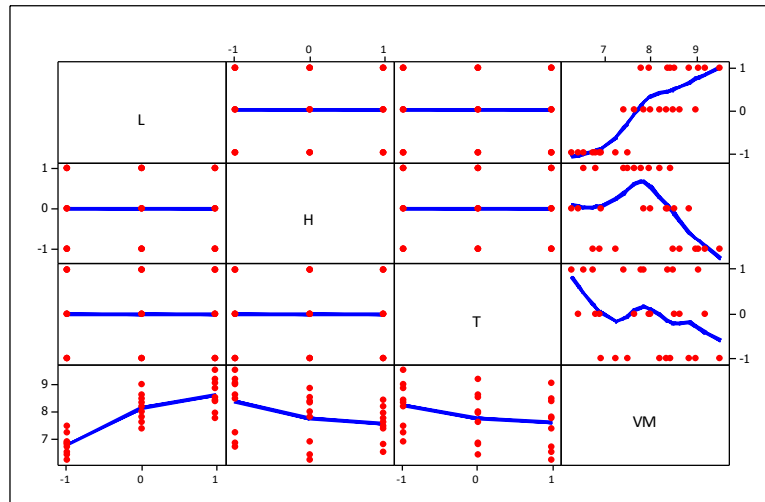


Figura 61. Matriz de coeficientes de correlación para von Mises

Los resultados para esta respuesta pueden representarse en una gráfica de probabilidad de los efectos o como un diagrama de Pareto como se detallan en la Figura 62 y Figura 63, de igual forma como se realizó para las respuestas de COMP y TEN. Los efectos han sido estandarizados para analizarlos en un diagrama de Pareto estandarizado los cuales muestran de manera normalizada los efectos de cada una de las variables estudiadas.

En la Figura 62 se muestran los efectos de cada uno de los factores que influyen la respuesta, sin embargo, los únicos efectos que son apreciables preliminarmente como estadísticamente significativos, son A:L, B:H y C:T, es decir los factores sin sus interacciones.

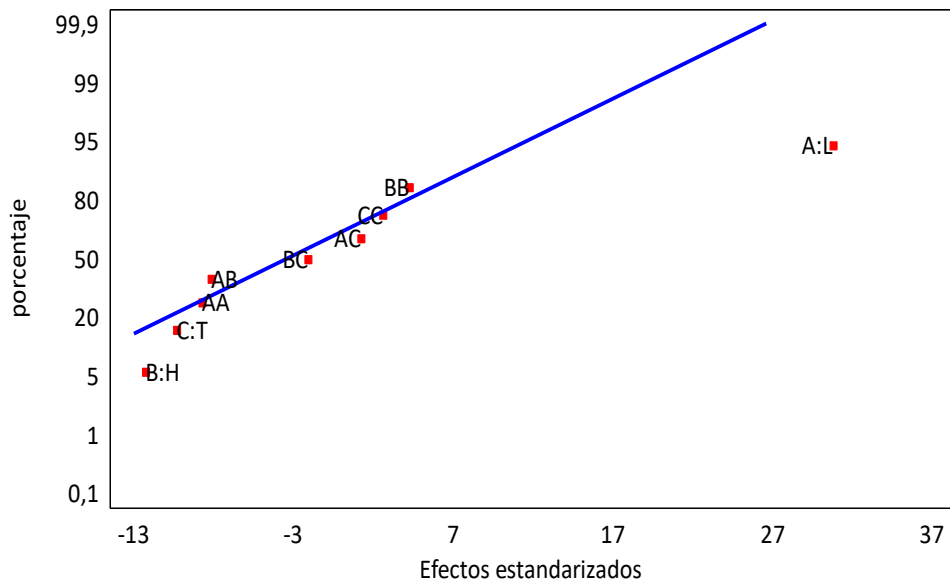


Figura 62. Gráfica de probabilidad para el análisis de los efectos en VM

En la Figura 63 del diagrama de Pareto, se observa que el efecto con mayor influencia es A: L=Luz (m), este factor tiene un efecto significativo positivo, es decir que con el aumento de L, el valor de la respuesta de VM aumenta, los factores B: H= Altura y C: T= Espesor, influencia negativamente la respuesta en una forma significativa.

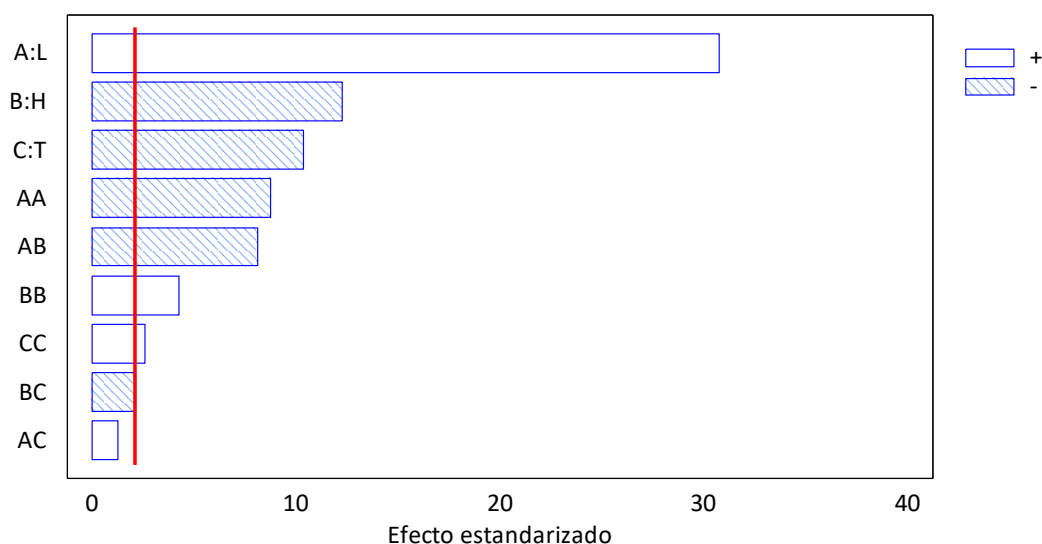


Figura 63. Diagrama de Pareto estandarizado para el análisis de los efectos de VM

La evidencia de la curvatura de la respuesta se analiza desde el efecto del cuadrado del factor L, - (en el diagrama AA), el cual al expresarse como  $L^2$ , muestra que ejerce una influencia negativa en la variable de respuesta, de igual manera se analiza el factor del cuadrado del factor H (Altura), - (en el diagrama BB), el cual al expresarse como  $B^2$ , muestra que ejerce una influencia positiva en la variable de respuesta pero con magnitud menor que AA, de igual forma ocurre con el cuadrado del factor T (Espesor) – (en el diagrama CC) -, la interacción entre AB (L y H) influyen negativamente la respuesta; para los efectos de las demás interacciones no se encontró evidencia de influencia estadísticamente significativa en VM.

**7.3.2. Validez estadística del modelo.** De acuerdo al análisis estadístico realizado a los residuos, el comportamiento de los datos correlacionados mantiene los criterios de cumplimiento siendo un modelo adecuado para los datos analizados. La Figura 64 muestra el análisis de estos residuos frente a valores predichos y número

de ejecuciones realizadas; observando que se cumple con este criterio en cuanto a la homocedasticidad, los valores ajustados siguen una distribución normal, no se percibe patrón en ellos, cumpliéndose la independencia entre los datos.

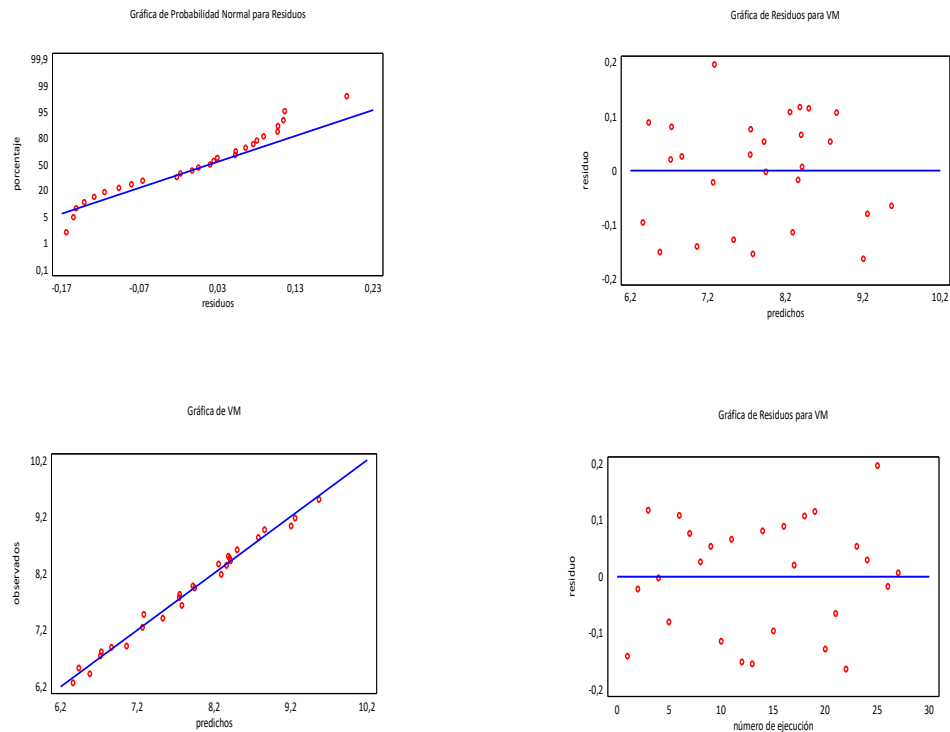


Figura 64. Cuadro de gráficas de residuo para análisis de VM

## 7.4 ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS DE ESTUDIO SOBRE LA RESPUESTA DE CORTANTE

La Tabla 49, muestra el ANOVA de la respuesta CORT para cada uno de los efectos. Se probó la significancia estadística de cada efecto. En este caso nuevamente, siete efectos se encontraron estadísticamente significativos, diferentes de cero con un nivel de confianza del 95.0%. El estadístico R-Cuadrada

indica que el modelo, explica 99.55% de la variabilidad en CORT. El estadístico R-cuadrada ajustada es 99.32%. El error estándar del estimado muestra que la desviación estándar de los residuos es 0.076.

Tabla 49. Análisis de varianza ANOVA para cortante

<b>Resumen (ANOVA)</b>					
<b>Fuente</b>	Grado de libertad.	Suma de Cuadrados	Cuadrado Medio	F	Valor-P
<b>A:L</b>	1	16.284	16.284	2761.74	0.0000
<b>B:H</b>	1	3.037	3.037	515.1	0.0000
<b>C:E</b>	1	1.326	1.326	224.82	0.0000
<b>AA</b>	1	0.785	0.785	133.17	0.0000
<b>AB</b>	1	0.541	0.541	91.79	0.0000
<b>AC</b>	1	0.005	0.005	0.9	0.356
<b>BB</b>	1	0.169	0.169	28.62	0.0001
<b>BC</b>	1	0.019	0.019	3.28	0.088
<b>CC</b>	1	0.074	0.074	12.62	0.0025
<b>Error total</b>	17	0.100	0.006		
<b>Total (corr.)</b>	26	22.341			
<b>Descriptores</b>					
<b>R-cuadrada</b>	99.55 %				
<b>R-cuadrado (ajustado para g.l.)</b>	99.32 %				
<b>Error estándar del est.</b>	0.076				
<b>Estadístico Durbin-Watson</b>	1.9972 (P=0.428)				

Con el estadístico de Durbin-Watson (DW) se probaron los residuos para determinar la existencia de alguna correlación significativa basada en el orden en que se presentan los datos en el archivo. Puesto que el p-valor ( $p > 0.05$ ) no se encontró

evidencia de auto correlación serial en los residuos con un nivel de confianza del 95.0%.

**7.4.1 Análisis de los efectos e interacciones.** Aplicando el procedimiento descrito para las respuestas anteriores, para CORT, se analizaron los contrastes sin interacciones de orden superior. Este análisis fue soportado por un análisis gráfico de matriz de correlación, el cual se muestra en la Figura 65, donde L, es un factor que influye positivamente en la respuesta, para H y T describen un comportamiento inverso con el aumento de estos hay una disminución en la respuesta CORT. Finalmente puede observarse que existe interacción entre los factores con respecto a CORT por lo que esta respuesta se ve influenciada.

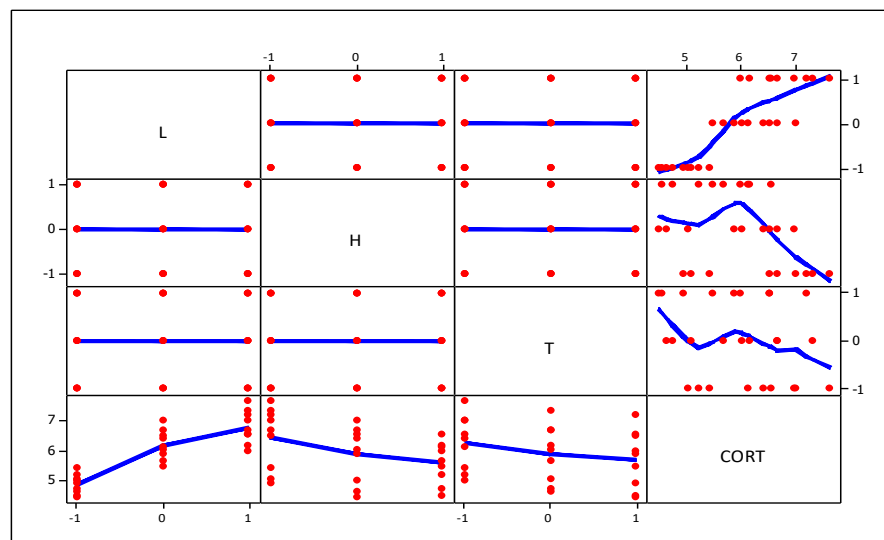


Figura 65. Matriz de coeficientes de correlación para cortante

Los resultados pueden representarse en una gráfica de probabilidad de los efectos o como un diagrama de Pareto como se detallan en la Figura 66 y la Figura 67. Los efectos han sido estandarizados para analizarlos en un diagrama de Pareto estandarizado los cuales muestran de manera normalizada los efectos de cada una de las variables estudiadas.

En la Figura 66 se muestran los efectos de cada uno de los factores que influyen en la respuesta CORT, sin embargo, el efecto apreciable como estadísticamente significativo, a través de esta figura es A:L.

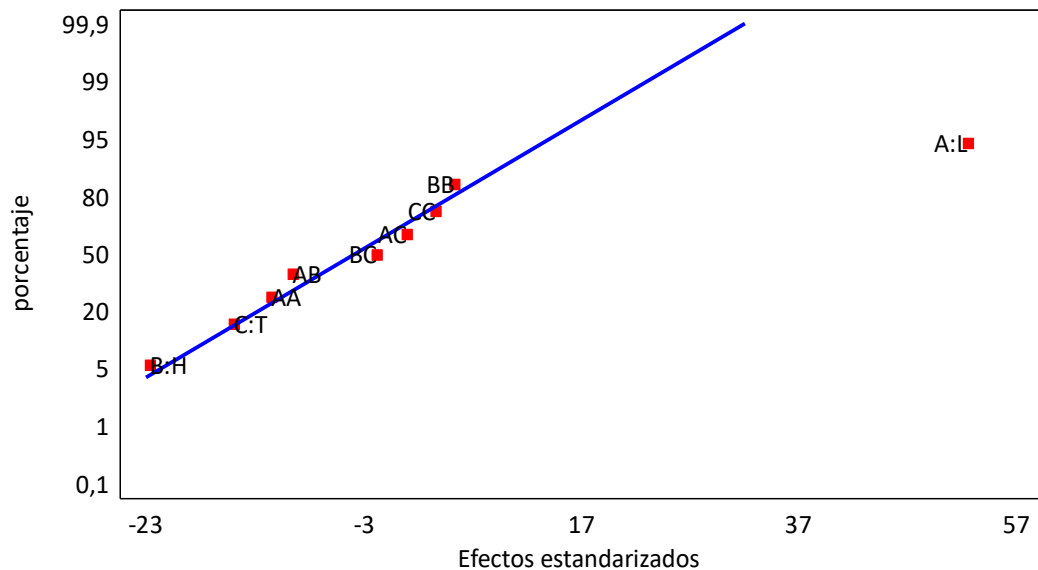


Figura 66. Gráficas de probabilidad para el análisis de los efectos en cortante

Del diagrama de Pareto, Figura 67 se observa que el efecto con mayor influencia es A: L=Luz (m), este factor tiene un efecto significativo positivo, es decir que con el aumento de L, el valor de la respuesta de CORT aumenta, los factores B: H=Altura y C: E=Espesor, influencia negativamente la respuesta en una forma significativa, respectivamente en orden de magnitud.

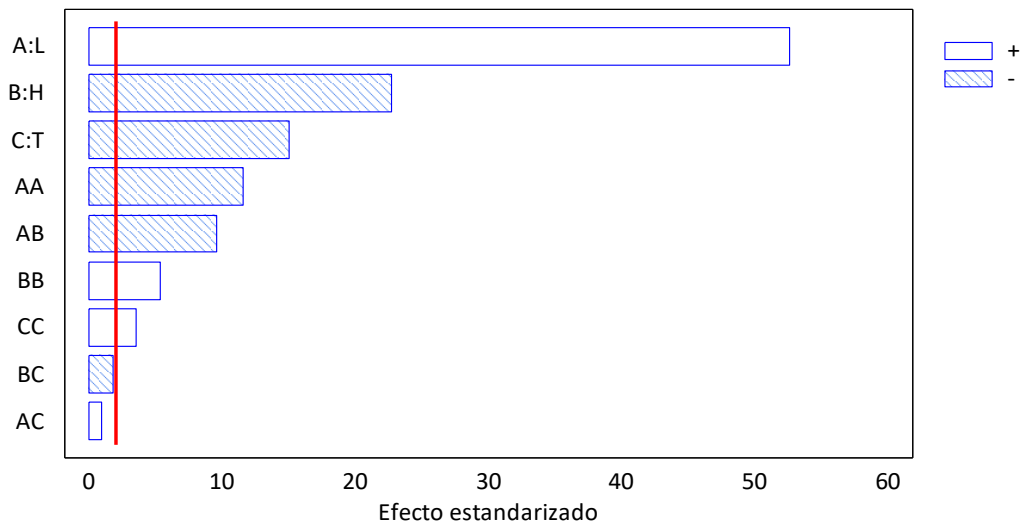


Figura 67. Diagrama de Pareto estandarizado para el análisis de los efectos de cortante

Se observa también significancia en la respuesta por la influencia cuadrática de L = Luz, en el diagrama (AA) el cual tiene un efecto negativo en CORT, igualmente se tiene el significancia por la influencia cuadrática de los factores B y C - en el diagrama (BB y CC) - sin embargo su efecto es positivo en la respuesta.

El efecto de la interacción entre AB se halló significativo, dando una influencia negativa en CORT. Para los efectos de las demás interacciones no se encontró evidencia de influencia estadísticamente significativa en cortante.

**7.4.1 Validez estadística del modelo.** De acuerdo al análisis estadístico realizado a los residuos, el comportamiento de los datos correlacionados mantiene los criterios de cumplimiento siendo un modelo adecuado para los datos analizados. La Figura 68, muestra el análisis de estos residuos frente a valores predichos, número de ejecuciones realizadas; observando que se cumple con este criterio en



cuanto a la homocedasticidad, los valores ajustados siguen una distribución normal, no se percibe patrón en ellos, cumpliéndose la independencia entre los datos.

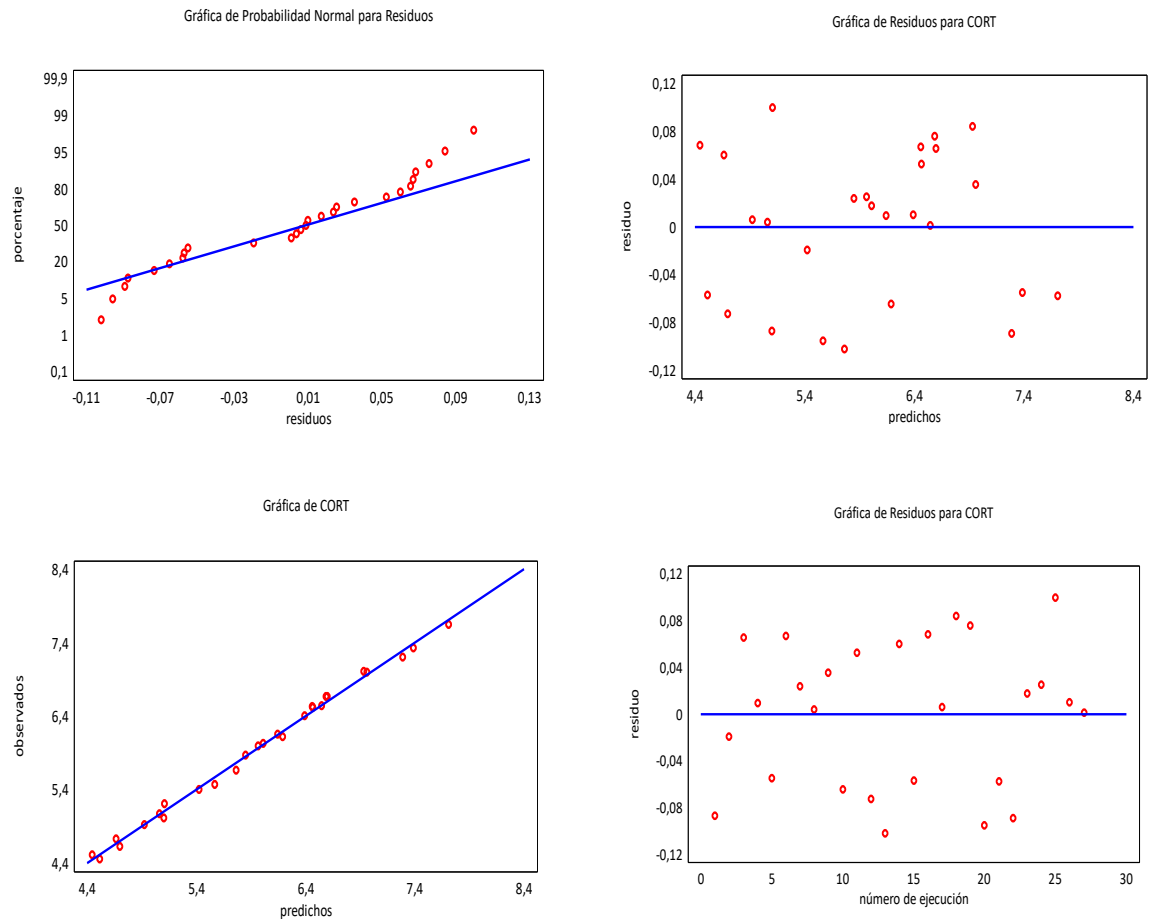


Figura 68. Cuadro de gráficas de residuo para análisis de cortante

## 7.5 ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS DE ESTUDIOS SOBRE LA RESPUESTA DE LA DEFLEXIÓN

Dado el comportamiento no ajustado de los datos a la condición de normalidad se hizo necesario realizar una transformación de los datos el cual se detalla en la Figura 69.

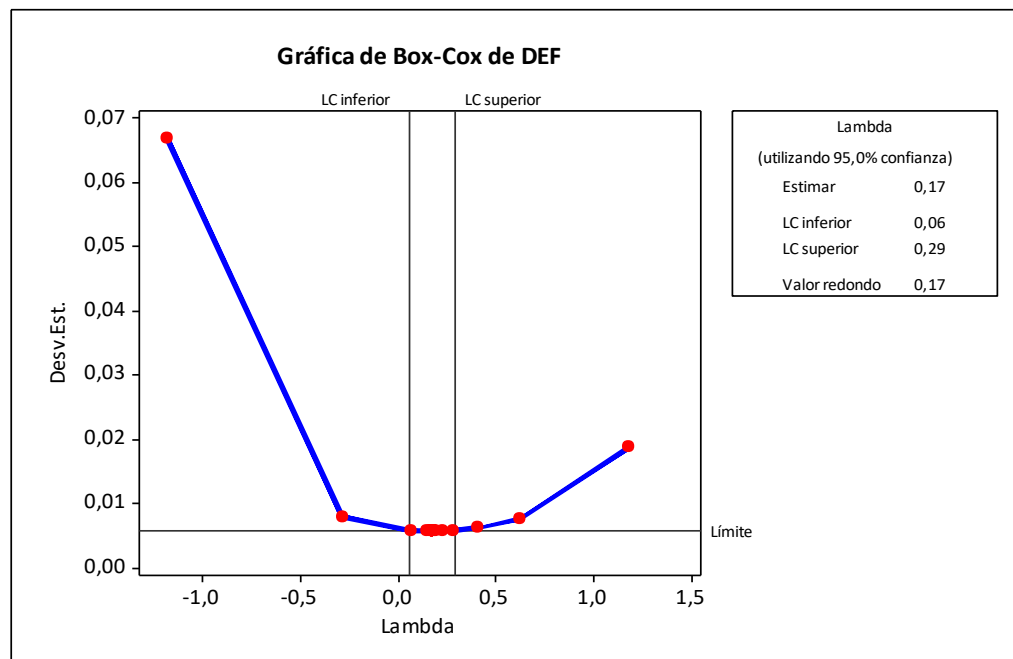


Figura 69. Gráfica de transformación de los datos de deflexión

A continuación se muestra la prueba de normalidad aplicada a los datos transformados, en la Figura 70 se observa el comportamiento de una distribución normal para la variable de DEF, lo cual es necesario para cumplir con los requerimientos de los supuestos de validez del modelo.

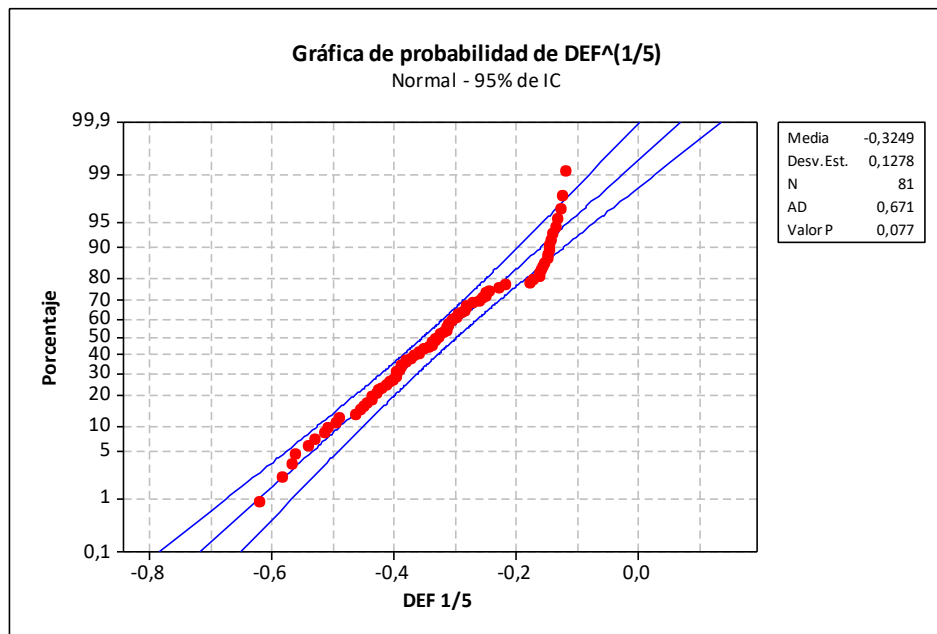


Figura 70. Gráfica de normalidad de los datos de respuesta de deflexión una vez transformados

La Tabla 50, muestra la variabilidad de la DEF para cada efecto. En este caso, 10 efectos se encontraron que son significativamente diferentes de cero con un nivel de confianza del 95.0%. El estadístico R-Cuadrada indica que el modelo, explica 97.26% de la variabilidad en DEF. El estadístico R-cuadrada ajustada es 96.67%. El error estándar del estimado muestra que la desviación estándar de los residuos es 0.023.

Tabla 50. Análisis de varianza ANOVA para deflexión

<b>Resumen (ANOVA)</b>					
<b>Fuente</b>	<b>Grados de libertad.</b>	<b>Suma de Cuadrados</b>	<b>Cuadrado Medio</b>	<b>F</b>	<b>Valor-P</b>
<b>A:L</b>	1	0.8112	0.8112	1493.38	0.0000
<b>B:H</b>	1	0.0633	0.0633	116.56	0.0000
<b>C:T</b>	1	0.0382	0.0382	70.26	0.0000
<b>D:Fc</b>	1	0.0279	0.0279	51.28	0.0000
<b>AA</b>	1	0.0308	0.0308	56.71	0.0000
<b>AB</b>	1	0.2325	0.2325	428.07	0.0000
<b>AC</b>	1	0.0001	0.0001	0.18	0.6720
<b>AD</b>	1	0.0026	0.0026	4.87	0.0308
<b>BB</b>	1	0.0500	0.0500	91.98	0.0000
<b>BC</b>	1	0.0094	0.0094	17.25	0.0001
<b>BD</b>	1	0.0002	0.0002	0.38	0.5382
<b>CC</b>	1	0.0029	0.0029	5.31	0.0244
<b>CD</b>	1	0.0001	0.0001	0.23	0.6332
<b>DD</b>	1	0.0018	0.0018	3.34	0.0723
<b>Error total</b>	66	0.0358			
			0.0005		
<b>Total (corr.)</b>	80	1.3068			
<b>Descriptores</b>					
<b>R-cuadrada</b>	97.26 %				
<b>R-cuadrado (ajustado para g.l.)</b>	96,67 %				
<b>Error estándar del est.</b>	0.023				
<b>Estadístico Durbin-Watson</b>	2.642 (P=0.9822)				

Con el estadístico de Durbin-Watson (DW) se probaron los residuos para determinar la existencia de alguna correlación significativa basada en el orden en que se presentan los datos en el archivo. Puesto que el p-valor ( $p > 0.05$ ) no se encontró evidencia de auto correlación serial en los residuos con un nivel de confianza del 95.0%.

**7.5.1 Análisis de los efectos e interacciones.** El análisis de los efectos e interacciones entre los factores que influyen la respuesta fueron analizados, y a su vez, se examinó la influencia de los contrastes sin interacciones de orden superior. Este análisis fue soportado por un análisis gráfico de matriz de correlación, el cual se muestra en la figura 71, de este se observa que el factor L, tiene una influencia positiva en la respuesta. H, describe un comportamiento inverso con el aumento de este, es decir hay una disminución en la DEF a medida se incrementan los valores para H. Por otro lado, T y F<sup>c</sup> muestran un comportamiento inversamente proporcional tal como H, pero los cambios realizados en la variable de interés son menos pronunciados. Finalmente puede observarse que existe interacción entre factores con respecto a la variable DEF, debido a esto la respuesta se ve influenciada y reacciona a los valores sometidos a prueba.

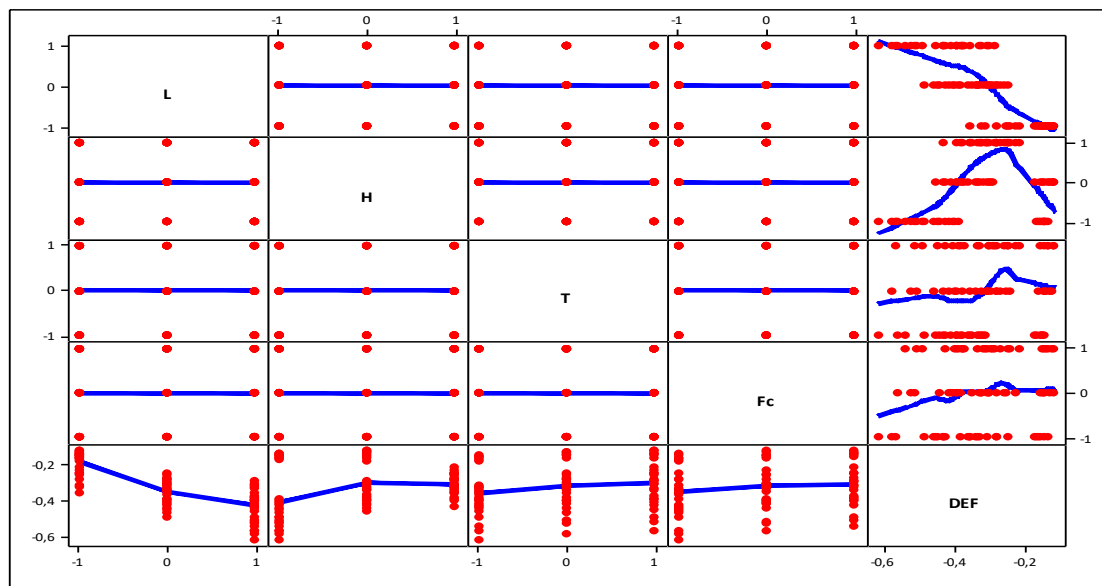


Figura 71: Matriz de correlación de deflexión

En la Tabla 51 se muestra las estimaciones para cada uno de los efectos estimados y las interacciones. También se muestra el error estándar de cada uno de estos efectos.

Tabla 51. Efectos estimados para deflexión

<b>Efecto</b>	<b>Estimado</b>	<b>Error Estándar</b>
promedio	-0.3022	0.0078
A:L	-0.2451	0.0063
B:H	0.0685	0.0063
C:T	0.0532	0.0063
D:Fc	0.0454	0.0063
AA	0.0827	0.0110
AB	0.1607	0.0078
AC	0.0033	0.0078
AD	0.0171	0.0078
BB	-0.1054	0.0110
BC	0.0323	0.0078
BD	-0.0048	0.0078
CC	-0.0253	0.0110
CD	-0.0037	0.0078
DD	-0.0201	0.0110

Errores estándar basados en el error total con 66 GL.

Los resultados pueden representarse en una gráfica de probabilidad de los efectos o como un diagrama de Pareto como se detallan en la Figura 72 y la Figura 73. Los efectos han sido estandarizados para analizarlos en un diagrama de Pareto estandarizado los cuales muestran de manera normalizada los efectos de cada una de las variables estudiadas.

En la Figura 72 se muestran los efectos de cada uno de los factores que influyen la respuesta al esfuerzo de DEF, sin embargo, los únicos efectos estadísticamente significativos que se aprecian, son A: L y B: H, C: T, de los factores y las interacciones significativas son AB y BB.

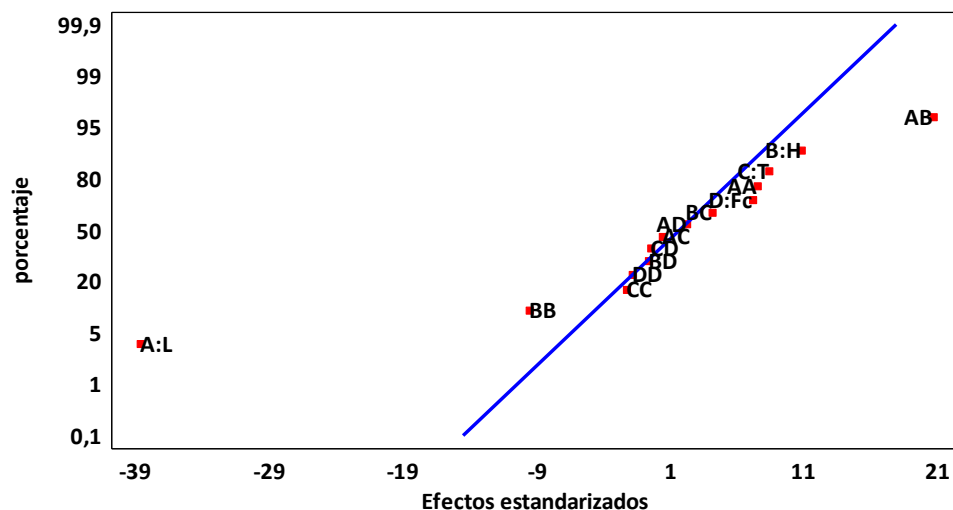


Figura 72. Gráfica de probabilidad para el análisis de los efectos en la deflexión

En la Figura 73, del diagrama de Pareto, se observa que la mayor influencia en la deflexión es dominada por el factor A:L, el cual tiene un efecto positivo en la respuesta, seguido de la interacciones entre factores AB y el factor B:H que tienen efectos negativo, la interacción BB, ejerce un efecto negativo en la variable de interés, por otro lado se observa el factor C:T, la interacción AB, y el factor D:Fc y la interacción BC, los cuales tienen un efecto significativo de magnitud negativa en la variable DEF, es decir que con el aumento de T y F'c, el valor de la respuesta de DEF disminuye.

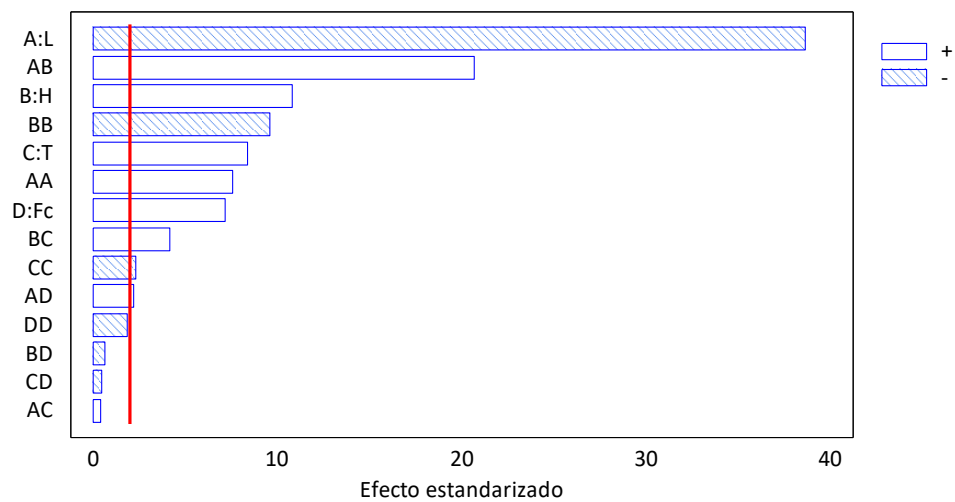


Figura 73. Diagrama de Pareto estandarizado para el análisis de los efectos en la deflexión

Se observa también significancia en la respuesta por la influencia cuadrática de la Altura (BB), luz de distancia (AA) y el Espesor (CC) teniendo en cuenta que la magnitud de este efecto es menor que la del factor observado individualmente.

El efecto de la interacción entre AD se mostró significativo; para los efectos de las demás interacciones no se encontró evidencia de influencia estadísticamente significativa en la deflexión, al igual no hubo evidencia estadística de que la cuadratura de DD influenciara a la variable de estudio.

**7.5.2 Validez estadística del modelo.** De acuerdo al análisis estadístico realizado a los residuos, el comportamiento de los datos correlacionados mantiene los criterios de cumplimiento siendo un modelo adecuado para los datos analizados.



La Figura 74, muestra el análisis de estos residuos frente a valores predichos, número de ejecuciones realizadas; observando que se cumple con este criterio en cuanto a la homocedasticidad, los valores ajustados siguen una distribución normal, no se percibe patrón en ellos, cumpliéndose la independencia entre los datos, por lo que el modelo así ajustado cumple con los criterios de validez estadística.

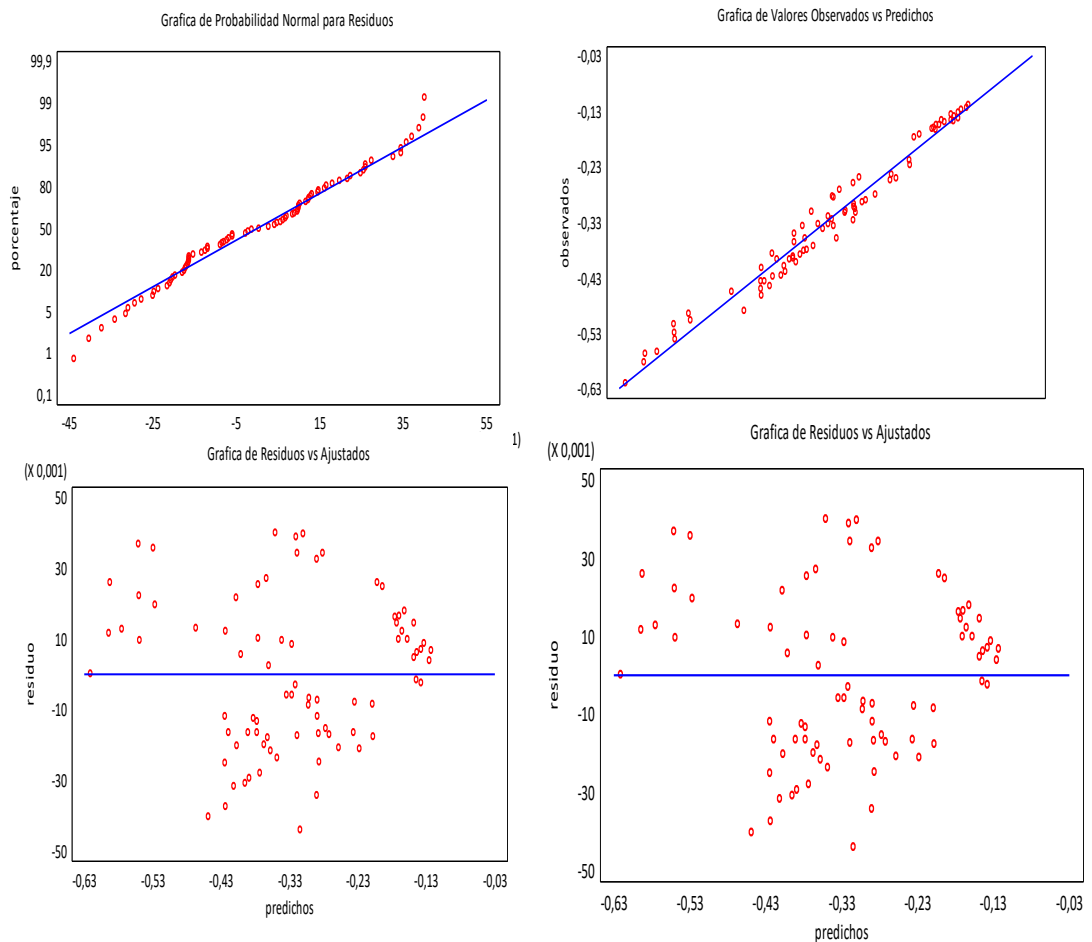


Figura 74. Cuadro de gráficas de residuo para análisis de deflexión

## 7.6 DISCUSIÓN DE LA VALIDACIÓN

A continuación se analiza el comportamiento del cascarón, lo cual permite entender la superficie de respuesta generada en el tratamiento estadístico. En la Figura 75 se puede observar la deformada del cascarón de geometría L de 6 m, H de 2 m y T de 0.10 m. En él se muestra el punto donde se genera el esfuerzo máximo de tensión en dirección S22, el cual se resalta con una x de color amarillo.

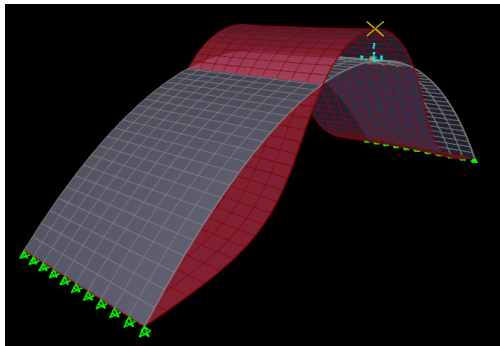


Figura 75. Esfuerzo máximo a tensión (S22)

En la Figura 76 se observa la deformada del cascarón con la misma geometría, y nos muestra la ubicación donde se presenta el esfuerzo de tensión en la dirección S11 (paralela al eje x) con una magnitud ligeramente menor que el máximo en la dirección S22 dado en la figura 73, este se ubica aproximadamente a 1 m del apoyo izquierdo.

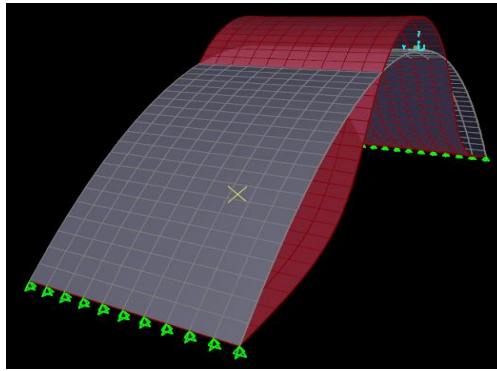


Figura 76: Esfuerzo máximo a tensión (S11)

En la Figura 77 se observa la sección del elemento que recibe el mayor esfuerzo de tensión en dirección S11 (paralelo al eje x). Este esfuerzo resultó ser menor que el máximo en la dirección Y.

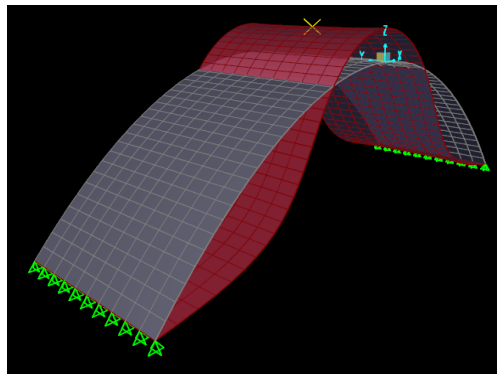


Figura 77: Esfuerzo máximo a tensión S11

En la Figura 78 se presenta la magnitud del esfuerzo máximo de tensión S22 el cual se genera en el centro del claro del cascarón. La magnitud es de 0.224 MPa y es el mayor valor registrado en el cascarón.

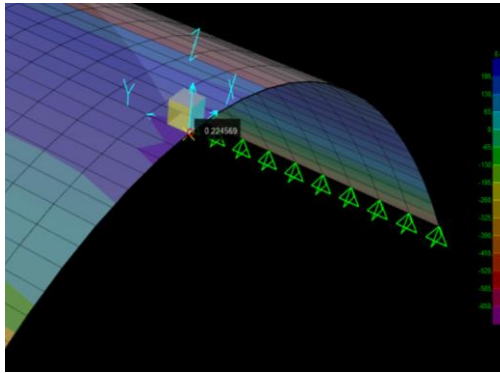


Figura 78: Magnitud del esfuerzo máximo a tensión S22

En la Figura 79 se analiza un cascarón de geometría L de 20 m, H de 0.5 m y T de 0.10 m, Se observa la deformada del cascarón y nos indica que una vez aplicadas las cargas adopta una forma casi plana.

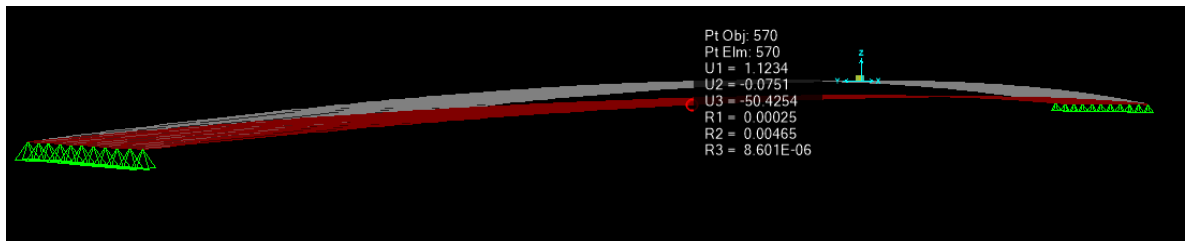


Figura 79: Deflexión en el centro del cascarón

En la superficie de respuesta a tensión de la Figura 80 se puede observar que para L de 0.20 m, en variable codificada representa el 1, y H de 0.50 m, en variable codificada representa el -1, los esfuerzos de tensión son más bajos que los de compresión en ese mismo punto, lo cual parece ilógico al tratarse de una losa casi plana en donde se espera mayores esfuerzos de tensión, la razón es porque el cascarón es casi horizontal y trata de ejercer fuerzas hacia afuera, pero el apoyo

impide que este acción, generándose un esfuerzo a compresión en la mayor parte de la superficie.

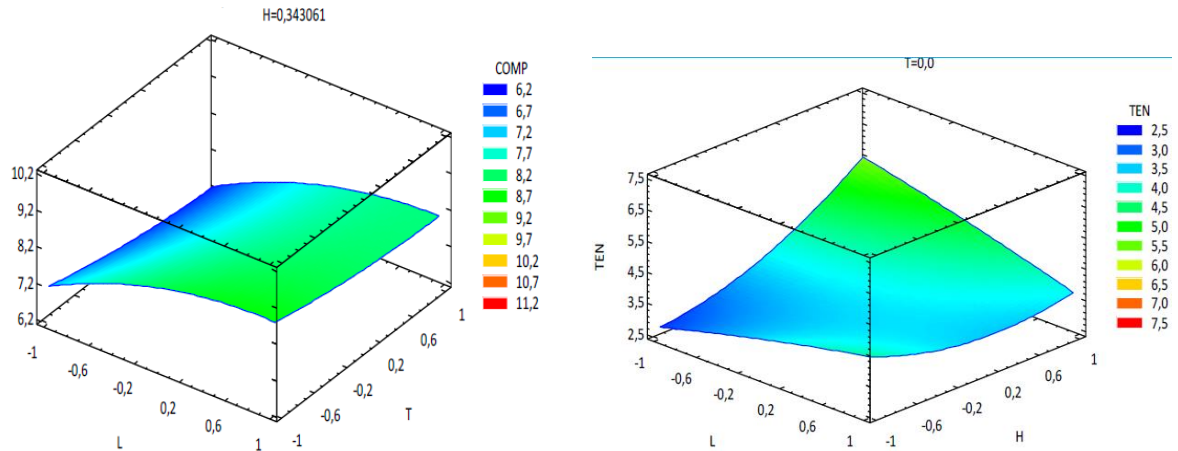


Figura 80: Superficie de respuesta a compresión (izquierda) y tensión (derecha)

Como se puede observar, el error de estimación del modelo se encuentra en un porcentaje del 2.76% indicando una aproximación que se ajusta a la medición real del modelo a escala a natural.

Las razones por las que se recomienda el sistema de cascarones de concreto radican en muchas ventajas como son:

- Buen comportamiento ante cargas típicas aplicadas, reflejados en bajos esfuerzos a la COMP, TEN, VM y CORT.
- Las deflexiones obtenidas con este sistema son inferiores a las generadas en las losas planas, lo que por obvias razones está por debajo del límite establecido en la NSR 10, en donde se debe cumplir con valores por debajo de la relación  $L/180$ .

- Provee de buena ventilación e iluminación en las viviendas, ahorrando en el consumo de energía.
- Resistencia a impacto de elementos.
- Buen sistema de drenaje de agua lluvias.

La alternativa de diseño planteada para aplicarla en la construcción de dichos proyectos abarca el aspecto estructural y arquitectónico. La geometría sugerida para aplicar es la siguiente:

Luz	= 10 m
Altura	= 0.5 m
Espesor	= 0.05 m
$f'c$	= 21 MPa.

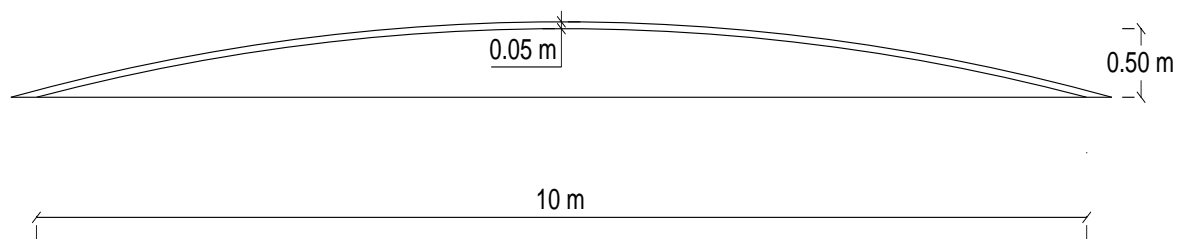


Figura 81. Geometría de cascarón propuesto para vivienda de interés social

Las variables codificadas de acuerdo a la Tabla 42 y la Tabla 43 para ser usadas en los modelos de correlación calculados en el estudio son:

Luz	= -0.55
Altura	= -1

Espesor = -1

$f'_c$  = -1

Las respuestas estructurales obtenidas aplicando los modelos de correlación generados en Ecuación 17, Ecuación 18, Ecuación 19 , Ecuación 20 y Ecuación 21 en este estudio son:

Esfuerzo de compresión	= 3.428 MPa
Esfuerzo de tensión	= 0.0404 MPa
Esfuerzos von Mises	= 3.418 MPa
Esfuerzo cortante	= 0.498 MPa
Deflexiones	= 4.387 mm

Como se puede observar, los esfuerzos que debe resistir el concreto son del orden de 3.428 MPa el cual es inferior a 21 MPa que corresponde a la resistencia de diseño. La deflexión es 4.387 mm, a pesar de la luz y del espesor suministrado. Estos bajos esfuerzos, por ejemplo los de tensión (0.0404 MPa.), requieren una cuantía inferior a la cuantía mínima suministrándole solo refuerzo por retracción por temperatura, adicional a que se requiere para garantizar la disposición de la mezcla sobre la formaleta.

Se presenta un diseño de fachada usando cascarones de concreto. Como se puede observar en la Figura 82, un cascarón puede cubrir 2 casas.

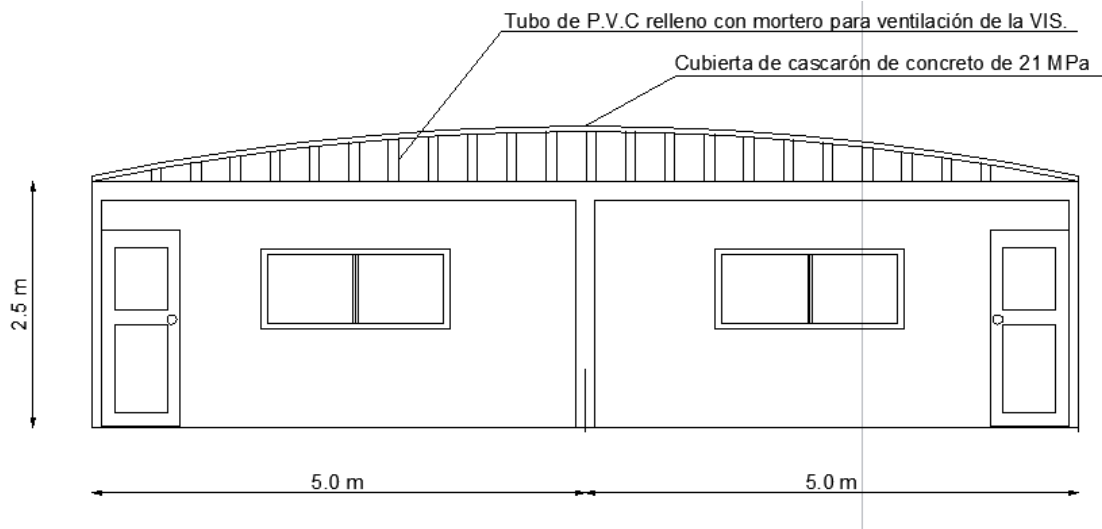


Figura 82. Fachada de vivienda de interés social

Las razones por la que se escogió la geometría recomendada son por consideraciones arquitectónicas y de costo. Por el análisis realizado se observa que los niveles de esfuerzo y deflexión son inferiores a la resistencia del concreto  $f'_c$  de 21 MPa, por tal motivo es la recomendada aunque no produzcan los esfuerzos mínimos.

Es importante estudiar las condiciones de apoyos debido al empuje que ejerce el cascarón sobre estos. Como se observó en las Figura 25 y la Figura 32 el comportamiento frágil del primero es el que se debe evitar, por lo tanto debe existir restricción en el sentido horizontal. Se propone en este estudio un elemento tensor tipo viga que impida el desplazamiento horizontal y reduzca los esfuerzos en los muros de mampostería. Este tensor deberá ir anclado en las vigas de confinamiento de los muros y en dirección paralela a la luz o distancia entre apoyos y separadas cada 3 m.



## 8. CONCLUSIONES

Al término de esta investigación se puede concluir:

- De acuerdo al análisis estadístico realizado a los residuos y cumplimiento de supuestos se observó, que los modelos de correlación para cada una de las variables son adecuados y pueden emplearse para la estimación de los esfuerzos de compresión, tensión, cortante y von Mises y deflexión en cascarones de concreto.
- Los valores de los parámetros geométricos que optimizan las respuestas estructurales en lo concerniente a los esfuerzos mantienen una constante. En todos los casos los valores mínimos se obtienen con los niveles bajos de la luz (6.00 m), niveles altos de espesor (aprox. 0.10 m) aunque con esto aumenta peso pero también aporta aumento de rigidez y valores intermedios en la altura (1 m). Lo anterior teniendo presente la Tabla 11. en donde se especifican los factores de diseño para los diferentes niveles.
- Las ecuaciones de correlación calculadas a partir del MSR son satisfactorias y estadísticamente significativas. El error calculado del modelo es del 2.76%, lo que se concluye que los valores máximos de esfuerzos de compresión, tensión, cortante y von Mises y las deflexiones son calculadas con una buena precisión.
- La deflexión calculada con la ecuación de correlación determinada en esta investigación es de 0.23216 mm y la medida en el modelo experimental construido a escala real es de 0.23876 mm. Con esto se demuestra que las ecuaciones de correlación permiten obtener respuestas confiables.

- Por su relación luz/espesor, los cascarones de concreto son considerados sistemas idóneos para ser empleados como cubiertas en viviendas, colegios, coliseos etc. En esta investigación se demostró su eficiencia al observar cómo se logra cubrir una luz de 4,00 m con solo un espesor de 0.055 m.
- Esta investigación plantea un modelo de cascarón para ser empleado en la construcción de viviendas de interés social. En Figura 82 se detalló la configuración geométrica y resistencia de concreto empleada para desarrollar un módulo conformado por 2 unidades de viviendas. Esta alternativa resultó eficiente debido a que podemos cubrir una luz de 10 m con solo 0.05 m de espesor, obteniendo una deflexión de 4.387 mm cuando esta es sometida ante una carga muerta de 2450 N/m<sup>2</sup>. Esta configuración es recomendada siempre y cuando se tenga presente la construcción de vigas tensoras que impidan el desplazamiento horizontal.
- La formaleta idónea para construir el cascarón es aquella en la que se cuenta con la curvatura vertical, de esta forma se minimiza la segregación; además, se evita su manipulación o transporte por ser fundida en su posición de trabajo.
- Un aporte valioso de las ecuaciones de correlación generadas en esta investigación, tiene que ver con el predimensionamiento de los cascarones con la geometría propuesta. El NSR-10 en el capítulo 19 dedicado a este tema, no cuenta con información suficiente que permita la estimación de los parámetros L, H y T, lo que si se logra con las ecuaciones de correlación que permite calcular de manera rápida y directa los esfuerzos de COM, TEN, CORT, VN y DEF y compararlos con los esfuerzos admisibles.
- Se recomienda para trabajos de investigación a futuro, ampliar los tipos de modelos de cascarón como por ejemplo a cúpulas y paraboloides

hiperbólicos los cuales gozan de gran aceptación en proyectos arquitectónicos.

- También se sugiere ampliar el estudio generando más cascarones a escala real con diferentes valores de  $L$ ,  $H$ ,  $T$  y  $f_c$ , que permitan validar las ecuaciones de correlación generados en esta investigación.

## 9. BIBLIOGRAFÍA

- Álvarez Cabal, R., Benito Muñoz, J. J., Ureña Prieto, F., Salete Casino, E., & Aranda Ortega, E. (2014). *Introducción al método de elementos finitos*. Madrid: Uned publicaciones.
- American Concrete Institute. (2014). *ACI 318.2S. Requisito de reglamento para cáscaras delgadas de concreto*.
- Anderson, T., & Darling, D. (1952). Asymptotic Theory of Certain "Goodness of fit" criteria based on stochastic. *The annals of mathematical statistics*, 193-212.
- Asociación Colombiana de ingeniería sísmica. (2010). *Reglamento Colombiano de construcciones sismo resistente (NSR10)*. Bogotá-Colombia.
- Basset Salom, L. (3 de Julio de 2013). *Universitat Politècnica de València. Escuela Técnica Superior de Arquitectura - Escola Tècnica Superior d'Arquitectura*. Obtenido de <http://hdl.handle.net/10251/30402>
- Beer, F. P., Johnston, R., DeWolf, J. T., & Mazurek, D. F. (2013). *Mecánica de materiales*. Mexico: Mc Graw-Hill.
- Boothby, T. E. (1998). Preservation of historic thin-shell concrete structures. *Journal of architectural engineering*, 4-11.
- Caicedo, H. V. (2009). El desarrollo de la edificación en concreto armado en Colombia: El caso de los pioneros Doménico Parma y Guillermo González Zuleta (1945-1985). *DEARQ: Revista de Arquitectura de la Universidad de los Andes*, 64-75.

- Cauberg, N., Tysmans, T., Adriaenssens, S., Wastiels, J., Mollaer, M., & Belkassen, B. (2012). Shell elements of textile reinforced concrete using fabric formwork: a case study. *Advances in Structural Engineering*, 677-690.
- Cerrolaza, M. (2006). *El método de los elementos finitos para ingeniería y ciencias aplicadas: teoría y programas*. . Caracas: Consejo de desarrollo científico y humanístico .
- Chapra, S., & Canale, R. (1987). *Métodos numéricos para ingenieros: con aplicaciones en computadoras personales*.
- Clough, R. W. (1970). *The finite element method in solid mechanics*. American Mathematical Society.
- Cueto Ruiz-Funes, J. (1999). Félix Candela, el mago de los cascarones de concreto. *DC: revista de crítica arquitectónica* núm. 2.
- Draper, P. (2008). *Building for the future: Evaluating the current viability of thin shell concrete structures*. Princeton University.
- Draper, P., Garlock, M. E., & Billington, D. P. (2008). Finite-element analysis of Félix Candela's chapel of Lomas de Cuernavaca. *Journal of Architectural Engineering*, 47-52.
- Hines, E. M., & Billington, D. P. (2004). Anton Tedesko and the introduction of thin shell concrete roofs in the United State. *Journal of Structural Engineering*, 1639-1650.
- ICONTEC. (2010). *Norma tecnica colombiana NTC 673. Ensayo de la resistencia a la compresión de especímenes cilíndricos de concreto*. Bogotá: Instituto Colombiano de normas técnicas y certificación ICONTEC.
- Kristian, L. (1988). *Testing normality of transformed data*. *Applied statistics*. Wiley.

- Kurtaran, H., & ERZURUMLU, T. (2006). Efficient warpage optimization of thin shell plastic parts using response surface methodology and genetic algorithm. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 468-472.
- Martinez P, A., & Porto G, B. J. (2006). *Cascarones en concreto para bovedas y placas plegadas*. Sincelejo: Universidad de Sucre.
- Mekjavić, I. (2011). Buckling analysis of concrete spherical shells. *Technical Gazette. vol. 18, no 4*, 633-639.
- Mekjavic, I. (2011). Structural Analysis of Concrete Spherical Shells. *22nd International DAAAM Symposium* (págs. 391-392). Vienna, Austria: DAAAM International.
- Melcón, C. D., & Barcia, M. P. (2004). Superficies de respuesta. Métodos y diseños. Obtenido de [http://bellman.ciencias.uniovi.es/d\\_experimentos/d\\_experiementos\\_archivos/sr.pdf](http://bellman.ciencias.uniovi.es/d_experimentos/d_experiementos_archivos/sr.pdf)
- Montgomery, D. (2003). *Applied statictics and probability for engineers*. Estados Unidos: John Wiley & sons.
- Mott, R. L. (2006). *Diseño de elementos de máquinas*. Pearson educación.
- Navidi, W. (2008). *Estadística para ingeneiros y científicos*. . México: McGraw Hill interamericana.
- Oliva Salinas, J. G. (2012). Ulrich Müther. El maestro constructor de la provincia de Rügen. *Anales del Instituto de Investigaciones Estéticas*, 273-28.
- Olvera López, A., Cristofano, E. A., Oshiro Higa, F., & Timoshenko, S. (1970). *Análisis, calculo y diseño de las bóvedas de cáscara*. México.

- Ramirez De Alba, H., Camacho Zepeda, E., & Valdes Medina, E. (2006). Estudio experimental sobre un procedimiento para construir placas plegadas de concreto reforzado. *XV Congreso nacional de ingeniería estructural* (págs. 1-16). Puerto Vallarta- Jalisco: Sociedad Mexicana de ingeniería estructural.
- Romeu, J. L. (2003). Anderson-Darling: a goodness of fit test for small samples assumptions. *RAC START 10* (5).
- Saliklis, E. P., & Billington, D. P. (2003). Hershey Arena: Anton Tedesko's Pioneering Form. *Journal of Structural engineering*, 278-285.
- Salvador, M. G., & Levy, M. (1975). *Diseño estructural en arquitectura*. México: Cecsa.
- Schmit, L. A. (1960). Structural design by systematic synthesis. *Second ASCE Conference on Electronic Computation*, (págs. 105-122).
- Shayfull, Z. (2011). Warpage analysis on ultra-thin shell by using Taguchi Method and analysis of variance (ANOVA) for three-plate mold. *International Review of Mechanical Engineering (IREME)* vol. 5, no 6, 1116-1124.
- Tabio Fernandez, A. (1983). *Geometría descriptiva y sus aplicaciones: Curvas y superficies. Tomo II*. Madrid: Tebar Flores.
- Tomás Espín , A. (2007). *Diseño óptimo de forma y armado de láminas de hormigón. Tesis doctoral*. Cartagena: Universidad Politécnica de Cartagena.
- Weingardt, R. G. (2007). Anton Tedesko Father of Thin-shell Concrete Construction in América. *Structure magazine*, 69-71.
- Zienkiewicz, O. C. (1981). *El método de los elementos finitos*. ESPAÑA: REVERTÉ S.A.

## ANEXO A

### A.1. COMPORTAMIENTO SÍSMICO DE CUBIERTA TIPO CASCARÓN

Todas las estructuras destinadas para vivienda, deben seguir con los parámetros exigidos por la NSR-10, de estricto cumplimiento en el territorio Colombiano. El capítulo C.19 del mencionado código, que es tomado de ACI 318.2S-14, da información sobre el diseño, análisis y construcción de cáscaras delgadas de concreto. El capítulo C.19 no da un proceso específico sobre el diseño sísmico de cáscaras delgadas de concreto, sino que lo mantiene inmerso en sus recomendaciones garantizando un buen comportamiento siempre y cuando se cumpla con sus directrices.

Para el análisis sísmico del cascarón se siguieron los mismos parámetros establecidos para edificaciones. En ello se tuvo en cuenta la aceleración horizontal pico efectiva ( $A_a$ ), velocidad horizontal pico efectiva ( $A_v$ ), coeficiente de amplificación que afecta la aceleración en la zona de periodos cortos debida a los efectos del sitio ( $F_a$ ), coeficiente de amplificación que afecta la aceleración en la zona de periodos intermedios debida a los efectos del sitio ( $F_v$ ), periodo fundamental de vibración ( $T$ ), espectro de aceleraciones de diseño ( $S_a$ ) y el perfil de suelo. Estos parámetros se muestran en la Tabla A. 1.

Tabla A. 1. Parámetros dinámicos para la obtención del espectro elástico de aceleraciones de diseño. (Fuente NSR-10).

PARÁMETRO	VALOR
Zona de amenaza sísmica (Barranquilla).	Baja
$A_a$	0.10
$A_v$	0.10
Perfil de suelo	C
$F_a$	1.2
$F_v$	1.7



El espectro elástico según el NSR-10 aplicado a la zona de estudio se hizo teniendo en cuenta los parámetros de la Tabla A.1. En la Tabla A. 2 se presentan los valores de la aceleración  $S_a$  y periodos de vibración  $T$ . En la Figura A. 1. se presenta el espectro elástico de aceleraciones de diseño como fracción de la gravedad.

Tabla A. 2. Valores del espectro de aceleraciones de diseño para un período de vibración dado ( $S_a$ )

<b><math>S_a</math> (g)</b>	<b><math>T</math> (s)</b>
0	0.300
0.10	0.300
0.15	0.300
0.20	0.300
0.30	0.300
0.40	0.300
0.50	0.300
0.60	0.300
0.68	0.300
0.70	0.291
0.80	0.255
0.90	0.227
1.00	0.204
1.50	0.136
2.00	0.102
2.50	0.082
3.00	0.068
3.50	0.058
4.00	0.051
4.08	0.050
4.50	0.041
5.00	0.033
5.50	0.028
6.00	0.023

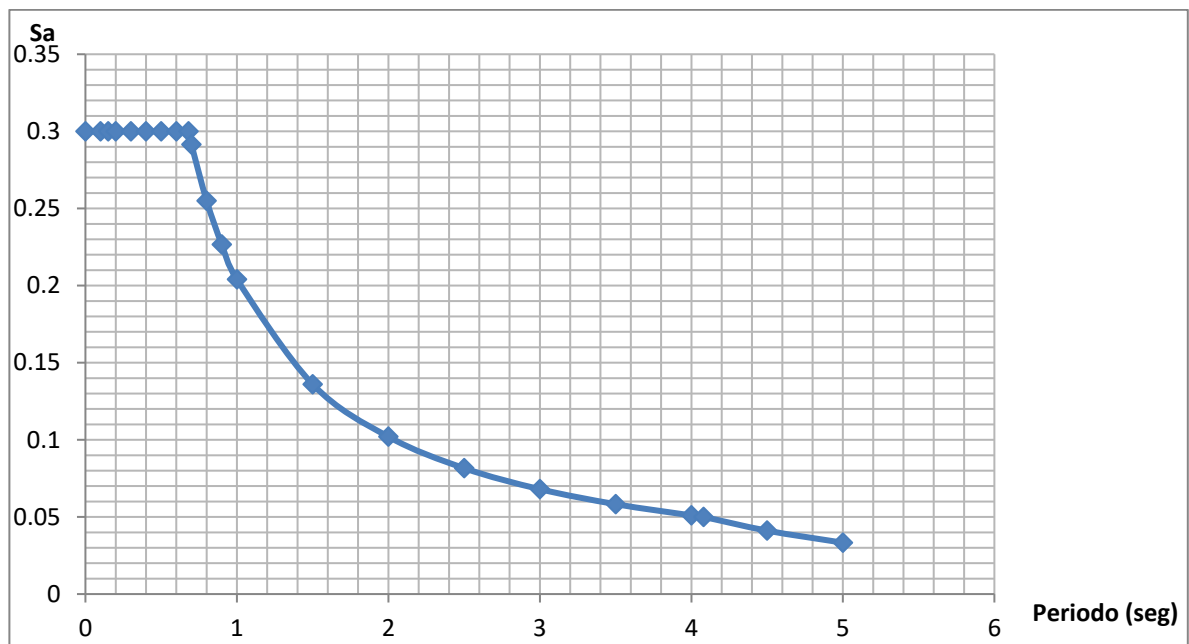


Figura A. 1. Espectro elástico de aceleraciones de diseño como fracción de la gravedad

## A.2. MODELACIÓN ESTRUCTURAL

Para el análisis estructural se empleó el software SAP2000 V14, siguiendo el mismo procedimiento explicado al inicio de este documento. Se aplicó el espectro a cada cascarón modelado y se definieron los parámetros de asignación de masa tomada de los elementos (concreto) y la carga sobreimpuesta que no incluyó la carga viva. Las combinaciones de cargas son las mismas que se establecen en el capítulo B.2.4.2 de la NSR-10 y corresponde a:

- $1.2D + 1.0E + 1.0L$
- $0.9D + 1.0E$

La estructura debe tener resistencia sísmica en todas las direcciones y por esta razón el sistema estructural de resistencia sísmica debe existir en dos direcciones ortogonales o aproximadamente ortogonales, con el fin de garantizar la estabilidad.

Para tal efecto la NSR-10 considera los efectos ortogonales suponiendo la ocurrencia simultánea del 100% de las fuerzas sísmicas en una dirección y el 30% de las fuerzas sísmicas en la dirección perpendicular.

### A.3. RESULTADOS

A cada uno de las diferentes configuraciones dimensionales de cascarones estudiados en el proyecto se les asignó el espectro, y se analizaron con el fin de obtener las respuestas estructurales tratadas en la investigación como son esfuerzos de compresión, tensión, cortante y von Mises. Los resultados del se pueden observar en la

Tabla A. 3.

Tabla A. 3. Resultados del análisis de la estructura del cascarón con la aplicación del sismo

L	H	T	COMP [kPa]	TEN [kPa]	CORT [kPa]	VM [kPa]	T [s]
1	0	-1	9300.45	6291.61	1559.64	6840.21	1.65
1	0	0	6489.44	3434.63	1087.12	4937.02	1.03
1	0	1	5562.9	2533.26	1050.78	4303.32	0.826
1	1	-1	4603.06	2258.49	1041.83	4594.05	1.239
1	1	0	3586.86	1991.65	814.97	3004.08	0.777
1	1	1	3287.28	1725.58	742.32	2608.85	0.622
1	-1	-1	15733.89	159.59	3192.25	15037.92	1.146
1	-1	0	11366.43	87.11	2319.63	10872.53	0.716
1	-1	1	9901.44	67.18	2029.54	9477.02	0.573
-1	-1	-1	1417.79	121.86	223.09	1401.76	0.153
-1	-1	0	994.56	34.56	158.71	983.2	0.096
-1	-1	1	858.68	26.46	138.23	849.09	0.077
-1	0	-1	1020.69	684.78	224.77	1016.95	0.125
-1	0	0	669.01	389.08	152.73	667.75	0.078
-1	0	1	568.32	290.07	129.62	567.31	0.063
-1	1	-1	2196.15	1852.01	266.79	1807.17	0.196

<b>L</b>	<b>H</b>	<b>T</b>	<b>COMP [kPa]</b>	<b>TEN [kPa]</b>	<b>CORT [kPa]</b>	<b>VM [kPa]</b>	<b>T [s]</b>
-1	1	0	1415.24	1133.08	165.59	922.31	0.123
-1	1	1	1151.38	889.52	146.66	691.64	0.099
0	-1	-1	-7895.85	7861.91	1112.88	7861.91	0.648
0	-1	0	5563.75	55.42	783.28	5536.35	0.405
0	-1	1	4809.18	40.47	678.89	4785.17	0.324
0	0	-1	4846.11	1043.65	811.09	0	0.664
0	0	0	2907.05	366.6	492.84	0	0.416
0	0	1	2313.51	151.87	390.22	0	0.333
0	1	-1	4200.76	3137.72	598.63	3566.77	0.744
0	1	0	2934.34	1971.22	420.16	2058.77	0.466
0	1	1	2416.77	1489.98	368.79	1648.72	0.373

Para las deflexiones en el cascarón se incluyó la resistencia a la compresión de 21 MPa además del espectro elástico, que como se determinó en el estudio, es relevante para el cálculo de estos desplazamientos. Los resultados se exhiben en la Tabla A. 4 y en él se consignan los valores de deflexión para cada combinación.

Tabla A. 4. Deflexión del cascarón bajo la acción sísmica

<b>L</b>	<b>H</b>	<b>T</b>	<b>DEF [mm]</b>
-1	-1	-1	0.86
-1	0	-1	1.58
-1	1	-1	4.16
0	-1	-1	28.14
0	0	-1	23.31
0	1	-1	31.30
1	-1	-1	92.21
1	0	-1	172.47
1	1	-1	44.23

#### A.4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Se estima que el módulo de rotura del concreto es aproximadamente el 10% de  $f'_c$ . Según lo anterior, las combinaciones dimensionales que generaron mayores esfuerzos de tensión que superan la resistencia a la tensión del concreto son los que se exhiben en la Tabla A. 5.

Tabla A. 5. Combinaciones dimensionales de cascarones con mayores esfuerzos de tensión

L	H	T
20	1	0.05
20	1	0.08
20	1	0.10
20	2	0.05
15	1	0.05
15	0.5	0.05

Las combinaciones que generaron un valor aproximado a  $0.85f'_c$ , que según la NSR-10 es la resistencia a la compresión, en la Tabla Tabla A. 6. se presentan estos valores.

Tabla A. 6. Combinaciones dimensionales de cascarones con mayores esfuerzos de compresión

L	H	T
20	0.5	0.05
20	0.5	0.08

Los resultados para la respuesta de deflexión en el caso de aplicación sísmica, se obtuvieron valores por encima de los que se generaron por carga gravitacional. En la Tabla A. 7 se presentan los valores máximos de deflexiones cercanos a los valores límites permitidos por la NSR 10. Como referente se tomó el valor límite de  $L/180$  dado en la tabla C.9.5 (b).

Tabla A. 7. Combinaciones dimensionales de cascarones con mayores deflexiones

<b>L</b>	<b>H</b>	<b>T</b>
20	0.5	0.05
20	1.0	0.05

## A.5. CONCLUSIÓN

Del análisis estructural del cascarón bajo la acción sísmica para las combinaciones dimensionales estudiadas, se puede establecer que los valores críticos de tensión, compresión y deflexión corresponden a las configuraciones con luces mayores o iguales a 20 m y con espesores de 0.05 m, esto debido a que el cascarón se comporta como una losa plana con poco espesor. Por lo anterior la configuración adecuada para ser empleada en viviendas de interés social bajo la acción sísmica sigue siendo la recomendada en la Figura 81 y Figura 82.